
Semantik von Programmiersprachen – SS 2019

<http://pp.ipd.kit.edu/lehre/SS2019/semantik>

Blatt 3: Small-Step-Semantik

Besprechung: 13.05.2019

1. Welche der folgenden Aussagen sind richtig, welche falsch? (H)

- (a) $b_1 \ \&\& \ b_2$ verhält sich semantisch wie `if (b1) then b2 else false`.
- (b) $\langle \text{if } (b) \text{ then } c_1 \text{ else } c_2, \sigma \rangle$ und $\langle \text{if } (\text{not } b) \text{ then } c_2 \text{ else } c_1, \sigma \rangle$ haben die gleichen Ableitungsfolgen.
- (c) Wenn $\langle c_1; c_2, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle c'_1; c_2, \sigma' \rangle$, dann auch $\langle c_1, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle c'_1, \sigma' \rangle$.
- (d) Wenn $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{n}_1 \langle c, \sigma \rangle$, dann $n = 0$.
- (e) $\langle x := 1; \text{while } (x \leq 2) \text{ do } x := x * 2, \sigma \rangle \xrightarrow{12}_1 \langle \text{skip}, \sigma[x \mapsto 4] \rangle$.
- (f) Wenn $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$, dann enthält c syntaktisch keine Schleife der Form `while (true) do c'`.
- (g) Wenn $(\gamma_i)_i$ und $(\delta_j)_j$ Ableitungsfolgen für $\langle c, \sigma \rangle$ sind, dann $(\gamma_i)_i = (\delta_j)_j$.
- (h) Wenn $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle c', \sigma' \rangle$, dann enthält c' höchstens dreimal so viele AST-Knoten wie c .

2. Small-Step simuliert Big-Step (H)

Beweisen Sie durch Induktion über die Regeln der Big-Step-Semantik, dass jede Ausführung in der Big-Step-Semantik eine äquivalente Ausführung in der Small-Step-Semantik besitzt, d.h.: Aus $\langle c, \sigma \rangle \Downarrow \sigma'$ folgt $\langle c, \sigma \rangle \xrightarrow{*}_1 \langle \text{skip}, \sigma' \rangle$.

Hinweis: Für die SEQ_{BS}- und WHILETT_{BS}-Fälle benötigen Sie Lemma 19 aus dem Skript.

3. Operationale Small-Step-Semantik für Ausdrücke (Ü)

Die Big-Step und Small-Step-Semantiken verwenden für Ausdrücke die Semantikfunktionen $\mathcal{A}[\cdot]$ und $\mathcal{B}[\cdot]$, die für alle Ausdrücke und Zustände definiert sind und in einem Schritt das Ergebnis liefern. In dieser Aufgabe sollen auch diese Ausdrücke mit einer Small-Step-Semantik schrittweise ausgewertet werden.

- (a) Definieren Sie eine Einzschrittauswertungsrelation $\sigma \vdash \langle a \rangle \rightarrow_{\mathcal{A}} \langle a' \rangle$ für arithmetische Ausdrücke und entsprechend $\sigma \vdash \langle b \rangle \rightarrow_{\mathcal{B}} \langle b' \rangle$ für boolesche Ausdrücke, die einen einzelnen Schritt der Auswertung des Ausdrucks a bzw. b im Zustand σ zum Ausdruck a' bzw. b' beschreibt.
- (b) Passen Sie die Regeln der Small-Step-Semantik $\langle \cdot, \cdot \rangle \rightarrow_1 \langle \cdot, \cdot \rangle$ an, sodass diese die neuen Relationen $\cdot \vdash \langle \cdot \rangle \rightarrow_{\mathcal{A}} \langle \cdot \rangle$ und $\cdot \vdash \langle \cdot \rangle \rightarrow_{\mathcal{B}} \langle \cdot \rangle$ an Stelle von $\mathcal{A}[\cdot]$ und $\mathcal{B}[\cdot]$ verwendet.
- (c) Identifizieren Sie die blockierten Ausdrücke bezüglich $\cdot \vdash \langle \cdot \rangle \rightarrow_{\mathcal{A}} \langle \cdot \rangle$ und $\cdot \vdash \langle \cdot \rangle \rightarrow_{\mathcal{B}} \langle \cdot \rangle$. Zeigen Sie mit einem Fortschrittslemma, dass diese die einzigen blockierten Ausdrücke sind.
- (d) Sind Ihre Small-Step-Semantiken deterministisch?
- (e) In welcher Beziehung stehen Ihre Small-Step-Semantiken zu den Auswertungsfunktionen $\mathcal{A}[\cdot]$ und $\mathcal{B}[\cdot]$? Drücken Sie diese Beziehung formal aus. Überlegen Sie sich, wie Sie diese Beziehung beweisen könnten.