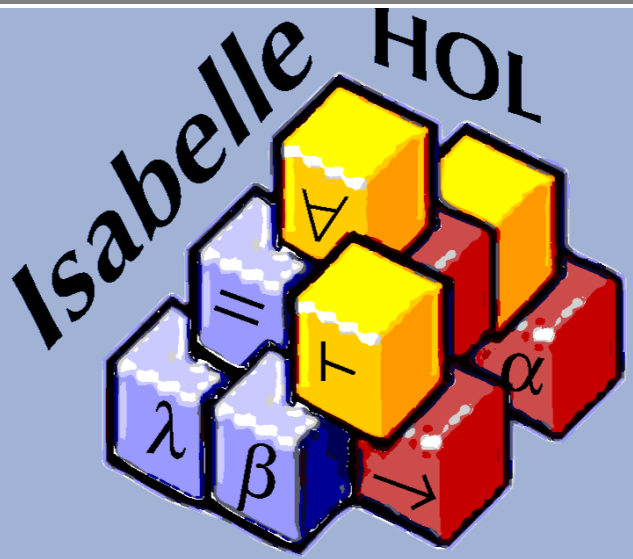
Karlsruher Institut für Technologie

Theorembeweiserpraktikum

Anwendungen in der Sprachtechnologie

LEHRSTUHL PROGRAMMIERPARADIGMEN



Teil VIII

Quick and Dirty: apply-Skripte Oder: Wie es wirklich geht!

Hintergrundwissen: Modi in Isabelle

Isabelle arbeitet im Wesentlichen mit 3 Modi

theory mode: Deklarationen, Definitionen, Lemmas
state mode: Zwischenaussagen, Fixes, etc.
prove mode: Anwendung von Beweistaktiken

Befehle schalten zwischen den Modi hin und her

Beispiele:

definition: *theory mode* $\rightarrow$ *theory mode*
lemma: *theory mode* $\rightarrow$ *prove mode*
proof: *prove mode* $\rightarrow$ *state mode*
assume: *state mode* $\rightarrow$ *state mode*
show: *state mode* $\rightarrow$ *prove mode*
by: *prove mode* $\rightarrow$ *state mode* | *theory mode*
qed: *state mode* $\rightarrow$ *state mode* | *theory mode*

apply-Skripte

apply: *prove mode* $\rightarrow$ *prove mode*

verändert das aktuelle Beweisziel (`subgoal`) durch Anwendung der gegebenen *Taktik(en)*

Beispiel:

```
lemma conjCommutes: "A ∧ B ⟹ B ∧ A"
apply (rule conjI)
 apply (erule conjE)
 apply assumption
apply (erule conjE)
apply assumption
done
```

done: *prove mode* $\rightarrow$ *state mode* | *theory mode*

beendet einen Beweis

Manuelle Taktiken

Beweisziel	ist immer das aktuell zu zeigende Ziel unter `subgoal`.
aktuelle Fakten	sind die gesammelten Fakten unter `this`.
gegebene ...	sind die Parameter der Taktik.

manuelle Taktiken

– (minus):	Fügt die aktuellen Fakten dem Beweisziel hinzu.
fact:	Setzt aus den gegebenen Fakten das Beweisziel zusammen (modulo Unifikation und schematischen Typ- und Termvariablen).
assumption:	Löst das Beweisziel, wenn eine passende Annahme vorhanden ist.
this:	Wendet die aktuellen Fakten der Reihe nach als Regel auf das Beweisziel an.
rule:	Wendet die gegebene(n) Regel(n) auf das Beweisziel an. Die aktuellen Fakten werden verwendet, um die Annahmen der Regel zu instanziieren.

weitere manuelle Taktiken

unfold:	Ersetzt die gegebenen Definitionen in allen Beweiszielen.
fold:	Kollabiert die gegebenen Definitionen in allen Beweiszielen.
insert:	Fügt die gegebenen Fakten in alle Beweisziele ein.
erule:	Wendet die gegebene Regel als Eliminationsregel an.
drule:	Wendet die gegebene Regel als Destruktionsregel an.
frule:	Wie *drule*, aber hält die verwendete Annahme im Beweisziel.
intro:	Wendet die gegebenen Regeln **wiederholt** als Introduktionsregel an.
elim:	Wendet die gegebenen Regeln **wiederholt** als Eliminationsregel an.

Introduktion und Elimination

Introduktion: Operator steht in der Konklusion (Standardname ... I)
„Was brauche ich, damit die Formel gilt?“
Beispiel: $conjI$: $[\![P;\ Q]\!] \Longrightarrow P \wedge Q$

Was passiert?
Konklusionen der Regel und des Beweisziels werden unifiziert. Jede Prämisse der Regel wird als neues Beweisziel hinzugefügt.

Elimination: Operator steht in der ersten Prämisse (Standardname ... E)
„Was kann ich aus der Formel folgern?“
Beispiel: $conjE$: $[\![P \wedge Q;\ [\![P;\ Q]\!] \Longrightarrow R]\!] \Longrightarrow R$

Was passiert?
Konklusionen der Regel und des Beweisziels werden unifiziert. Dann wird die erste Prämisse der Regel mit der ersten passenden Prämisse des Beweisziels unifiziert. Die übrigen Prämissen der Regel werden als neue Beweisziele hinzugefügt.

Destruktion

Destruktion: Operator steht in der ersten Prämisse
„Ich benötige eine schwächere Aussage.“
Beispiel: $conjunct1 : P \wedge Q \Longrightarrow P$

Was passiert?
Die erste Prämisse der Regel wird mit der ersten passenden Prämisse des Beweisziels unifiziert.
Die übrigen Prämissen der Regel werden als neue Beweisziele hinzugefügt.
Als letztes wird ein neues Beweisziel hinzugefügt, welches die Konklusion der Regel als Prämisse enthält.

Teil IX

Automatische Taktiken

Automatische Taktiken

Viele automatische Taktiken für den *logical reasoner*
Unterscheiden sich in

- der verwendeten Regelmenge,
- ob nur auf ein oder alle Zwischenziele angewendet,
- ob Abbruch bei nichtgelösten Zielen oder Rückgabe an Benutzer,
- ob der Simplifier mitverwendet wird oder nicht,
- ob mehr Zwischenziele erzeugt werden dürfen oder nicht

Im Folgenden werden ein paar Taktiken vorgestellt

Simplifikation

- Simplifikationsregeln: Gleichungen
- entsprechende Taktik: `simp` (nur erstes Ziel) bzw. `simp_all` (alle Ziele)
  - besitzt Pool an Termersetzungsregeln
  - prüft für jede solche Regel, ob Term mit linker Seite einer Gleichung unifizierbar
  - falls ja, ersetzen mit entsprechend unifizierter rechten Seite
- genauer: Termersetzung (weil Ausdruck rechts in der Gleichung nicht notwendigerweise einfacher)

Simplifikation

- Simplifikationsregeln: Gleichungen
- entsprechende Taktik: `simp` (nur erstes Ziel) bzw. `simp_all` (alle Ziele)
  - besitzt Pool an Termersetzungsregeln
  - prüft für jede solche Regel, ob Term mit linker Seite einer Gleichung unifizierbar
  - falls ja, ersetzen mit entsprechend unifizierter rechten Seite
- genauer: Termersetzung (weil Ausdruck rechts in der Gleichung nicht notwendigerweise einfacher)

Beispiel:

aktuelles Subgoal: $C \Longrightarrow P$ *(if False then A else B* $\longrightarrow$ *D)*

`simp` wendet folgende Termersetzungsregel an:

```
HOL.if_False: (if False then ?x else ?y) = ?y
```

Simplifikation

- Simplifikationsregeln: Gleichungen
- entsprechende Taktik: `simp` (nur erstes Ziel) bzw. `simp_all` (alle Ziele)
  - besitzt Pool an Termersetzungsregeln
  - prüft für jede solche Regel, ob Term mit linker Seite einer Gleichung unifizierbar
  - falls ja, ersetzen mit entsprechend unifizierter rechten Seite
- genauer: Termersetzung (weil Ausdruck rechts in der Gleichung nicht notwendigerweise einfacher)

Beispiel:

aktuelles Subgoal: $C \Longrightarrow P$ `(if False then A else B)` $\longrightarrow D$`)`

`simp` wendet folgende Termersetzungsregel an:

```
HOL.if_False: (if False then ?x else ?y) = ?y
```

Resultat: $C \Longrightarrow P$ `(B` $\longrightarrow D$`)`

Simplifikation

Auch bedingte Ersetzungsregeln sind möglich, also in der Form

$$[\![\ldots]\!] \Longrightarrow \ldots = \ldots$$

Dazu: Prämissen der Regel aus aktuellen Annahmen *via Simplifikation* herleitbar

Simplifikation

Auch bedingte Ersetzungsregeln sind möglich, also in der Form

$[\![\ldots]\!] \Longrightarrow \ldots = \ldots$

Dazu: Prämissen der Regel aus aktuellen Annahmen *via Simplifikation* herleitbar

Simplifier modifizieren:

- selbstgeschriebene Simplifikationslemmas zu Taktik hinzufügen:
  apply `(simp add:` *Regel*$_1$ *Regel*$_2$ `...)`
- nur bestimmte Ersetzungsregeln verwenden:
  apply `(simp only:` *Regel*$_1$ *Regel*$_2$ `...)`
- Ersetzungsregeln aus dem Standardpool von `simp` entfernen:
  apply `(simp del:` *Regel*$_1$ *Regel*$_2$ `...)`

Simplifikation

Auch möglich: Ersetzungsregeln in den Standardpool von `simp` einfügen
Zwei Varianten:

- Zusatz *[simp]* hinter Lemmanamen
  Beispiel: **lemma** *bla [simp]: "A = True* $\Longrightarrow$ *A* $\wedge$ *B = B"*
- mittels **declare** *... [simp]*
  Beispiel: **declare** *foo [simp] bar [simp]*
  Analog: mittels **declare** *[simp del]* Ersetzungsregeln
  aus Standardpool entfernen
- Analog in einem **proof**-Block: Mit **have** resp. **note**.

Simplifikation

Auch möglich: Ersetzungsregeln in den Standardpool von `simp` einfügen
Zwei Varianten:

- Zusatz *[simp]* hinter Lemmanamen
  Beispiel: **lemma** *bla [simp]: "A = True* $\Longrightarrow$ *A* $\wedge$ *B = B"*
- mittels **declare** *... [simp]*
  Beispiel: **declare** *foo [simp] bar [simp]*
  Analog: mittels **declare** *[simp del]* Ersetzungsregeln
  aus Standardpool entfernen
- Analog in einem **proof**-Block: Mit **have** resp. **note**.

Vorsicht!

- Nur Regeln zu Standardpool hinzufügen, dessen rechte Seite einfacher als linke Seite!
- Sicherstellen, dass `simp` durch neue Regeln nicht in Endlosschleifen hängenbleibt!

clarify und *clarsimp*

- nur „offensichtliche“ logische Regeln
- nur auf oberstes Zwischenziel angewendet
- nach Vereinfachung Rückgabe an Benutzer
- *clarify* ohne Simplifier, *clarsimp* = *clarify* + *simp*
- kein Aufteilen in Zwischenziele

Oft verwendet um aktuelles Zwischenziel leichter lesbar zu machen

`blast`

- mächtige Regelmenge
- nur auf oberstes Zwischenziel angewendet
- versucht Ziel komplett zu lösen, ansonsten Abbruch
- kein Simplifier

Schnellster *logical reasoner*, gut auch bei Quantoren

`auto`

- mächtige Regelmenge, da basierend auf `blast`
- auf alle Zwischenziele angewendet
- nach Vereinfachung Rückgabe an Benutzer, wenn nicht gelöst
- mit Simplifier
- Aufteilen in Zwischenziele

oft verwendete „ad-hoc“-Taktik

`force` wie `auto`, nur sehr aggressives Lösen und Aufteilen, deswegen anfällig für Endlosschleifen und Aufhängen

`fastforce`

- große Regelmenge
- nur auf oberstes Zwischenziel angewendet
- versucht Ziel komplett zu lösen, ansonsten Abbruch
- Simplifier, `fast` nur *logical reasoner*

`fastforce` ist eine in der Praxis oft gut brauchbare Taktik für das Lösen eines Zwischenziels

Regeln zu Taktiken hinzufügen

- Simplifikationsregeln: möglich bei allen Taktiken mit Simplifier
  normalerweise `simp:`Regelname, z.B. **apply**`(auto simp:bla)`
  bei `simp` und `simp_all` stattdessen `add:`, z.B. **apply**`(simp add:bla)`
  für Einschränken der Regelmenge: `simp del:` bzw. `simp only:`
  apply`(fastforce simp del:bla)` bzw. **apply**`(auto simp only:bla)`
- Deduktionsregeln: alle Taktiken mit *logical reasoner*
  Unterscheidung zwischen Introduktions-, Eliminations- und Destruktionsregeln
  - Introduktion: `intro:`, z.B. **apply**`(blast intro:foo)`
  - Elimination: `elim:`, z.B. **apply**`(auto elim:foo)`
  - Destruktion: `dest:`, z.B. **apply**`(fastforce dest:foo)`
- alles beliebig kombinierbar, z.B.

  apply`(auto dest:foo intro:bar simp:zip zap)`

metis

- Resolutionskalkül
- nur auf oberstes Zwischenziel angewendet
- versucht Ziel komplett zu lösen, ansonsten Abbruch
- es müssen alle Regeln angegeben werden, die verwendet werden sollen

metis kann sehr gut mit Gleichungen umgehen, wenn diese nicht nur von links nach rechts angewendet werden sollen.

Karlsruher Institut für Technologie

Teil X

Datentypen und primitive Rekursion

Algebraische Datentypen

Algebraische Datentypen werden über eine Menge von *Konstruktoren* beschrieben, die wiederum weitere Typen als *Parameter* haben.
Jeder Wert des Typs ist durch genau einen Konstruktor und den Werten dessen Parameters beschrieben.

Ein Parameter kann auch der definierte Datentyp selbst sein. In dem Fall spricht man von einem rekursiven Datentyp.

Algebraische Datentypen

Algebraische Datentypen werden über eine Menge von *Konstruktoren* beschrieben, die wiederum weitere Typen als *Parameter* haben.
Jeder Wert des Typs ist durch genau einen Konstruktor und den Werten dessen Parameters beschrieben.

Ein Parameter kann auch der definierte Datentyp selbst sein. In dem Fall spricht man von einem rekursiven Datentyp.

Beispiele:

- Eine natürliche Zahl ist entweder Null, oder der Nachfolger einer natürlichen Zahl
- Eine Liste ist entweder leer oder eine weitere List mit zusätzlichem Kopfelement.

Algebraische Datentypen

Algebraische Datentypen werden über eine Menge von *Konstruktoren* beschrieben, die wiederum weitere Typen als *Parameter* haben.
Jeder Wert des Typs ist durch genau einen Konstruktor und den Werten dessen Parameters beschrieben.

Ein Parameter kann auch der definierte Datentyp selbst sein. In dem Fall spricht man von einem rekursiven Datentyp.

Beispiele:

- Eine natürliche Zahl ist entweder Null, oder der Nachfolger einer natürlichen Zahl
- Eine Liste ist entweder leer oder eine weitere List mit zusätzlichem Kopfelement.

Formalisierung in Isabelle/HOL am Bsp. natürliche Zahlen:

datatype `nat = 0 | Suc nat`

Also Konstruktoren von nat: 0 und Suc

Parametertypen

Soll der Typ eines Konstruktorparameters nicht festgelegt sein, verwendet man den Parametertyp `'a`.

Parametertypen

Soll der Typ eines Konstruktorparameters nicht festgelegt sein, verwendet man den Parametertyp `'a`.

Beispiel: Listen mit Typparameter

```
datatype 'a list =
  Nil    ("[]")
| Cons 'a  "'a list"    (infixr "#" 65)
```

Konstruktoren von list: [] und # (Infix) (x#[] = [x])

Parametertypen

Soll der Typ eines Konstruktorparameters nicht festgelegt sein, verwendet man den Parametertyp `'a`.

Beispiel: Listen mit Typparameter

```
datatype 'a list =
  Nil    ("[]")
| Cons 'a  "'a list"    (infixr "#" 65)
```

Konstruktoren von list: [] und # (Infix) (x#[] = [x])

Damit kann man z.B. folgende Typen bilden:

```
foo :: "nat list ⇒ bool"
bar :: "nat ⇒ bool list ⇒ nat"
baz :: "'a list ⇒ 'a"
```

Rekursive Funktionen

Definition von Funktionen über rekursive Datentypen: **fun**
ein Parameter der Funktion kann dabei in seine Konstruktoren aufgeteilt werden.
Auf der rechten Seite der Gleichungen sollte die definierte Funktion höchstens auf die Parameter des Konstruktors angewandt werden.

Beispiel:

```
fun length :: "'a list ⇒ nat"
  where "length [] = 0"
  | "length (x#xs) = Suc (length xs)"

fun tl :: "'a list ⇒ 'a list"
  where "tl [] = []"
  |"tl (x#xs) = xs"
```

Rekursive Funktionen

Es müssen nicht alle Konstruktoren spezifiziert werden:

```
fun hd :: "'a list ⇒ 'a"
  where "hd (x#xs) = x"

fun last :: "'a list ⇒ 'a"
  where "last (x#xs) = (if xs=[] then x else last xs)"
```

Bei nicht enthaltenen Konstruktoren wie z.B. `hd []` nimmt die Funktion den Wert `undefined` an, ein fester Wert in jedem Typ, über den nichts bekannt ist.

@ und rev

weiterer Infixoperator: `@` hängt Listen zusammen
Beispiel: `[0,4] @ [2] = [0,4,2]`

@ und rev

weiterer Infixoperator: `@` hängt Listen zusammen
Beispiel: `[0,4] @ [2] = [0,4,2]`

`rev` dreht Listen um, also `rev [0,4,2] = [2,4,0]`

Wie lautet die entsprechende Definition?

@ und rev

weiterer Infixoperator: `@` hängt Listen zusammen
Beispiel: `[0,4] @ [2] = [0,4,2]`

`rev` dreht Listen um, also `rev [0,4,2] = [2,4,0]`

Wie lautet die entsprechende Definition?

```
fun  rev :: "'a list ⇒ 'a list"
  where "rev [] = []"
  | "rev (x#xs) = rev xs @ [x]"
```

Fallunterscheidung

„Wenn eine Aussage für jeden möglichen Konstruktor gilt, dann auch für alle Werte des Typs.“

Regel für Listen:

$$\mathit{list.exhaust}: (xs = [] \Longrightarrow P) \Longrightarrow (\bigwedge a\ as.\ xs = a \# as \Longrightarrow P) \Longrightarrow P$$

Fallunterscheidung

„Wenn eine Aussage für jeden möglichen Konstruktor gilt, dann auch für alle Werte des Typs.“

Regel für Listen:

```
list.exhaust: (xs = [] ⟹ P) ⟹ (⋀a as. xs = a # as ⟹ P) ⟹ P
```

Wird meist mit der Beweistaktik *cases* verwendet:

```
lemma hd_Cons_tl: "xs ≠ [] ⟶ hd xs # tl xs = xs"
proof(rule impI)
  assume "xs ≠ []" show "hd xs # tl xs = xs"
  proof(cases xs)
    assume "xs = []"
    with ⟨xs ≠ []⟩ have False..
    then show ?thesis..
  next
    fix y ys
    assume "xs = y # ys"
    then show ?thesis by simp
  qed
qed
```

Fallnamen

Warum **proof** *(cases ..)* und nicht einfach **proof** *(rule List.exhaust)*?
Wegen benamter Fälle!

lemma *hd_Cons_tl: "xs ≠ [] ⟶ hd xs # tl xs = xs"*
proof*(rule impI)*
  assume *"xs ≠ []"*
  show *"hd xs # tl xs = xs"*
  proof*(cases xs)*
    case *Nil*
    with ⟨*xs ≠ []*⟩ **have** *False*..
    thus *?thesis*..
  next
    case *(Cons y ys)*
    then show *?thesis* **by** *simp*
  qed
qed

(Bei *cases* auf Aussagen heißen die Fälle *True* und *False*.)

Fallnamen

Warum **proof** *(cases ..)* und nicht einfach **proof** *(rule List.exhaust)*?
Wegen benamter Fälle!

```
lemma hd_Cons_tl: "xs ≠ [] ⟶ hd xs # tl xs = xs"
proof(rule impI)
  assume "xs ≠ []"
  show "hd xs # tl xs = xs"
  proof(cases xs)
    case Nil
    with ⟨xs ≠ []⟩ have False..
    thus ?thesis..
  next
    case (Cons y ys)
    then show ?thesis by simp
  qed
qed
```

(Bei *cases* auf Aussagen heißen die Fälle *True* und *False*.)
Hier geht natürlich auch einfach

```
lemma hd_Cons_tl: "xs ≠ [] ⟹ hd xs # tl xs = xs"
by (cases xs)auto
```

Strukturelle Induktion

Fallunterscheidung genügt bei rekursiven Datentypen nicht immer, weil man die Aussage schon für die rekursiven Parameter braucht. Dann hilft strukturelle Induktion

Strukturelle Induktion

Fallunterscheidung genügt bei rekursiven Datentypen nicht immer, weil man die Aussage schon für die rekursiven Parameter braucht. Dann hilft strukturelle Induktion

z.B. für Listen sieht die Regel wie folgt aus:

$$\mathit{list.induct}: [\![P\ [];\ \bigwedge x\ xs.\ P\ xs \Longrightarrow P\ (x\ \#\ xs)]\!] \Longrightarrow P\ xs$$

Strukturelle Induktion

Fallunterscheidung genügt bei rekursiven Datentypen nicht immer, weil man die Aussage schon für die rekursiven Parameter braucht. Dann hilft strukturelle Induktion

z.B. für Listen sieht die Regel wie folgt aus:

$$\texttt{list.induct: } [\![P\ [];\ \bigwedge x\ xs.\ P\ xs \Longrightarrow P\ (x\ \#\ xs)]\!] \Longrightarrow P\ xs$$

Komfortabler als *rule* ist die Methode *induction*:

- Benamte Fälle wie bei *cases*
- *Fall.IH* ist die Induktionshypothese, also die Aussage für die rekursiven Parameter
- ggf. *Fall.prems* sind die Annahmen, wie sie im Lemma stehen.
- ggf. *Fall.hyps* sind zusätzliche Aussagen, die durch die Induktionsregel eingefügt werden.

Beispiel für strukturelle Induktion

```
lemma "length (xs @ ys) = length xs + length ys"
proof(induction xs)
case Nil
  have "length ([] @ ys) = length ys" by simp
  also have "... = 0 + length ys" by simp
  also have "... = length [] + length ys" by simp
  finally show ?case.
next
case (Cons x xs)
  have "length ((x # xs) @ ys) = length (x # (xs @ ys))" by simp
  also have "... = Suc (length (xs @ ys))" by simp
  also from Cons.IH have "... = Suc (length xs + length ys)"..
  also have "... = Suc (length xs) + length ys" by simp
  also have "... = length (x # xs) + length ys" by simp
  finally show ?case.
qed
```

Beispiel für strukturelle Induktion

```
lemma "length (xs @ ys) = length xs + length ys"
proof(induction xs)
case Nil
  have "length ([] @ ys) = length ys" by simp
  also have "... = 0 + length ys" by simp
  also have "... = length [] + length ys" by simp
  finally show ?case.
next
case (Cons x xs)
  have "length ((x # xs) @ ys) = length (x # (xs @ ys))" by simp
  also have "... = Suc (length (xs @ ys))" by simp
  also from Cons.IH have "... = Suc (length xs + length ys)"..
  also have "... = Suc (length xs) + length ys" by simp
  also have "... = length (x # xs) + length ys" by simp
  finally show ?case.
qed
```

oder natürlich einfach

```
by(induction xs) auto
```

Probleme mit Induktion

Problem: zu spezielle Induktionshypothesen

lemma *"rev xs = rev ys ⟹ xs = ys"*
proof*(induction xs)*

- Fall *[]* mit *simp* lösbar:
  case *Nil* **then show** *?case* **by** *simp*

Probleme mit Induktion

Problem: zu spezielle Induktionshypothesen

lemma *"rev xs = rev ys ⟹ xs = ys"*
proof *(induction xs)*

- Fall *[]* mit *simp* lösbar:
  case *Nil* **then show** *?case* **by** *simp*

- bei Induktionsschritt bekommen wir:
  Cons.IH: rev xs = rev ys ⟹ xs = ys
  Cons.prems: rev (x # xs) = rev ys
  aber *rev ys* kann nicht gleichzeitig *rev xs* und *rev (a # xs)* sein!

  ⇒ Induktionshypothese nicht verwendbar

  ⇒ So kommen wir nicht weiter.

Probleme mit Induktion

Lösung:

`ys` muss in der Induktionshypothese eine freie Variable sein!

Probleme mit Induktion

Lösung:

ys muss in der Induktionshypothese eine freie Variable sein!

Umsetzung:

ys nach Schlüsselwort *arbitrary* in der Induktionsanweisung. Damit wird die Induktionshypothese für *ys* meta-allquantifiziert:

lemma *"rev xs = rev ys ⟹ xs = ys"*
proof*(induction xs arbitrary: ys)*

Probleme mit Induktion

Lösung:

`ys` muss in der Induktionshypothese eine freie Variable sein!

Umsetzung:

`ys` nach Schlüsselwort `arbitrary` in der Induktionsanweisung. Damit wird die Induktionshypothese für `ys` meta-allquantifiziert:

lemma `"rev xs = rev ys ⟹ xs = ys"`
proof`(induction xs arbitrary: ys)`

Nun liefert uns
case `(Cons x xs ys)`
diese Aussagen:

```
Cons.IH: rev xs = rev ?ys ⟹ xs = ?ys
Cons.prems: rev (x # xs) = rev ys
```

wobei die Variable mit dem Fragezeichen frei ist, also mit jeder beliebigen Liste verwendet werden kann.

Probleme mit Induktion – Lösungsideen

Heuristiken für (bisher scheiternde) Induktionen:

- alle freien Variablen (außer Induktionsvariable) mit `arbitrary`
- Induktion immer über das Argument, über das die Funktion rekursiv definiert ist
- Generalisiere zu zeigendes Ziel: Ersetze Konstanten durch Variablen