

Kapitel 11

SSA-Form

Kapitel 11: SSA-Form

1 Einführung – Motivation

2 Implementierung

3 SSA-Aufbau

- Theorie
- Cytron-Verfahren
- On-The-Fly

4 SSA-Abbau

5 Optimierungen

Statische Einmalzuweisung

Statische Einmalzuweisung (engl. static single assignment)

Ein Programm ist in **SSA-Form**, wenn es für jede Variable genau eine Zuweisung gibt.

Beispiel:

```
in = STDIN
while (!eof(in)) {
    c = read(in)
    e = (c+13) % 26
    print(e)
}
```

```
int f(int x) {
    if x <= 1
        return x
    res = f(x-1)
    res = res + f(x-2)
    return res
}
```

```
int f(int x0) {
    if x0 <= 1
        return x0
    res0 = f(x0-1)
    res1 = res0 + f(x0-2)
    return res1
}
```

SSA?

Statische Einmalzuweisung

Statische Einmalzuweisung (engl. static single assignment)

Ein Programm ist in **SSA-Form**, wenn es für jede Variable genau eine Zuweisung gibt.

Beispiel:

```
in = STDIN
while (!eof(in)) {
    c = read(in)
    e = (c+13) % 26
    print(e)
}
```

```
int f(int x) {
    if x <= 1
        return x
    res = f(x-1)
    res = res + f(x-2)
    return res
}
```

```
int f(int x0) {
    if x0 <= 1
        return x0
    res0 = f(x0-1)
    res1 = res0 + f(x0-2)
    return res1
}
```

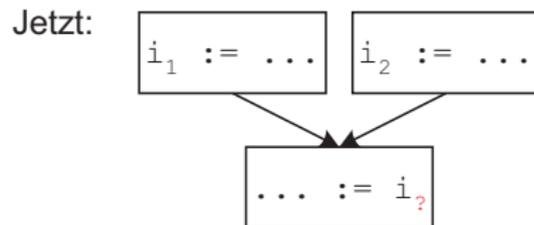
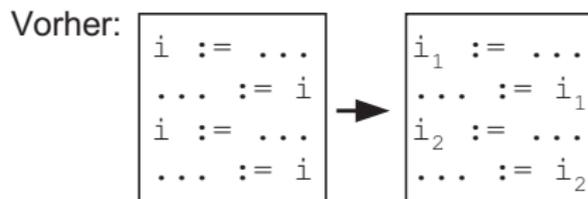
SSA? ✓



SSA Form – Konstruktion

Grundidee:

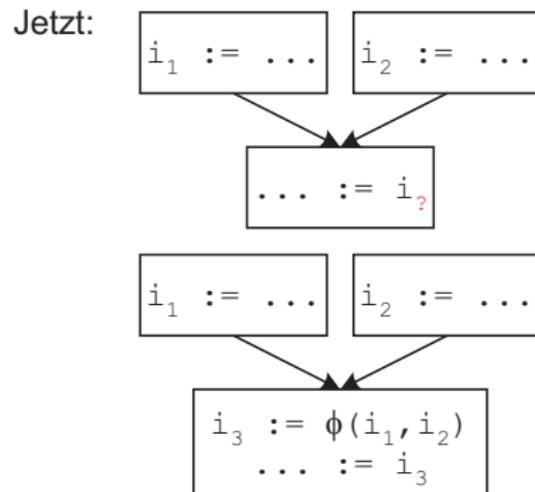
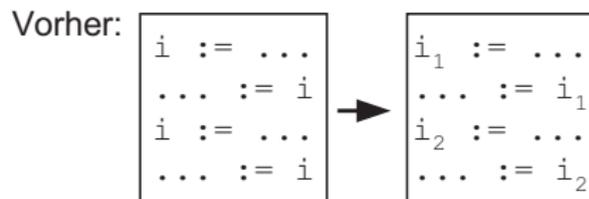
- Mehrere Zuweisungen an Variable x
⇒ durchnummerieren
- Bei Verwendungen passende Variante nehmen (Sichtbare Definitionen)
- Welche Nummer nimmt man, wenn Pfade im CFG zusammenlaufen?



SSA Form – Konstruktion

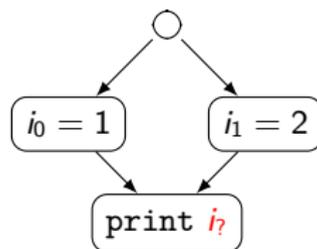
Grundidee:

- Mehrere Zuweisungen an Variable x
⇒ durchnummerieren
- Bei Verwendungen passende Variante nehmen (Sichtbare Definitionen)
- Welche Nummer nimmt man, wenn Pfade im CFG zusammenlaufen?
- ϕ -Funktion



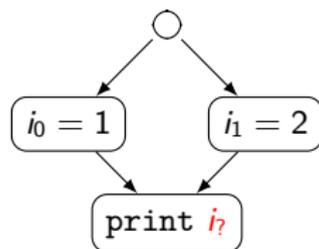
ϕ -Funktionen

Einmalzuweisung bei Zusammenfluss?

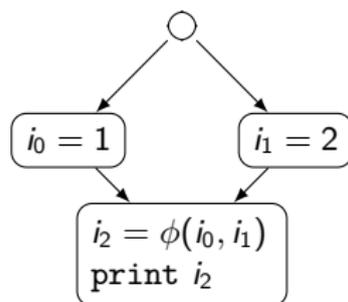


ϕ -Funktionen

Einmalzuweisung bei Zusammenfluss?



Definiere neue Variable mit ϕ -Funktion!



ϕ -Funktionen

Eine ϕ -Funktion

$$\phi(x_0, x_1, \dots)$$

in Grundblock G (im Kontrollflussgraph)

- besitzt einen Operand pro Vorgänger von G
- wird G über k -te Kante betreten, wird x_k gewählt

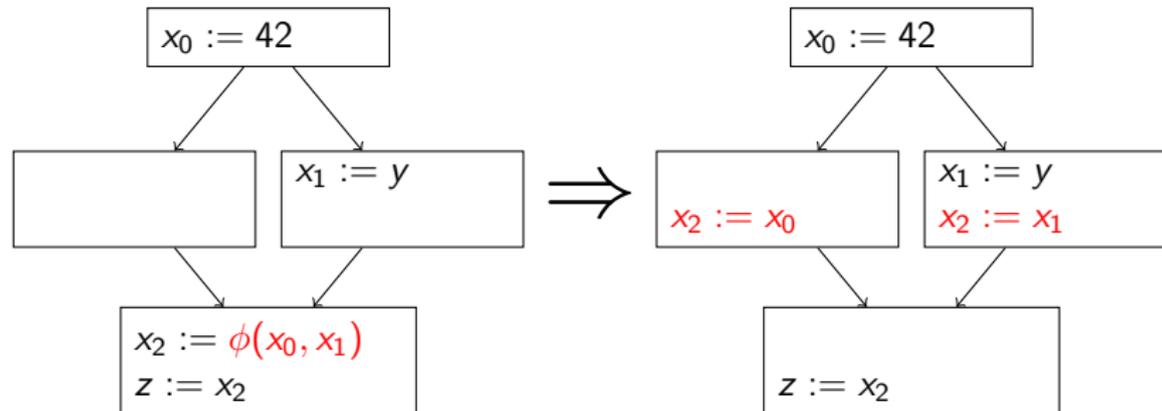
Achtung: Auswertung geschieht beim Betreten des Grundblocks:

- Gleichzeitige Auswertung aller ϕ -Funktionen eines Grundblocks
- Müssen am Anfang des Grundblocks stehen

- Rein theoretische Konstrukte
- Zur Codegenerierung wieder eliminieren

Codegenerierung mit ϕ -Funktionen

Für $x_i = \phi(x_1, \dots, x_n)$, erstelle in jedem Vorgängerblock k eine Kopieroperation $x_i = x_k$.



Eigenschaften, Vorteile

Eigenschaften

- SSA ist eine Eigenschaft
- Eine Zuweisung pro Variable, aber mehrfach ausführbar
- Nur sinnvoll für aliasfreie lokale Variablen
- Transformation in SSA-Form praktisch linear (theoretisch quadratisch)

Vorteile

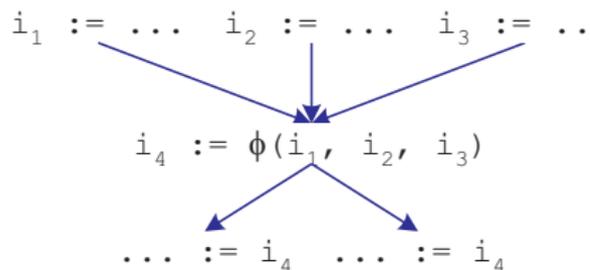
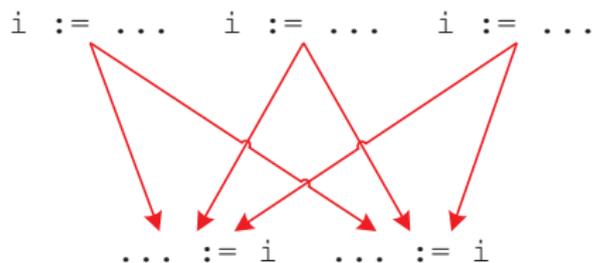
- Variable \leftrightarrow Definition Beziehung ist explizit
 - Def-Use-Analyse entfällt; Def-Use-Information stets up-to-date.
 - Variablenfreie Darstellung möglich:
Benutze Wertdefinition statt Variablen als Operanden
 - Aus syntaktischer Gleichheit folgt Wertgleichheit
(bei arithmetischen Ausdrücken)
- Viele Analysen vereinfachen sich drastisch

Definiert-Benutzt-Beziehungen

Die SSA-Form verringert den Aufwand zur Darstellung von Definiert-Benutzt-Beziehungen:

vorher: n^2

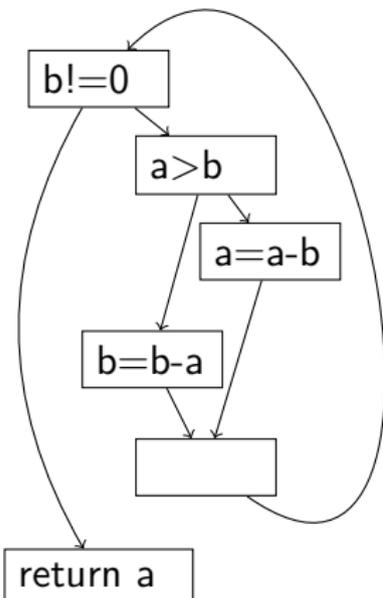
jetzt: $2n$



theoretisch aber bis zu n^2 ϕ -Funktionen.

Beispiel: Schleifen, Bedingter Code

```
int gcd(a, b) {  
  while (  
    b != 0) {  
    if (a > b) {  
      a = a - b  
    } else {  
      b = b - a  
    }  
  }  
  return a  
}
```



```
int gcd(a0, b0) {  
  while (a1 = φ(a0, a3),  
    b1 = φ(b0, b3),  
    b1 != 0) {  
    if (a1 > b1) {  
      a2 = a1 - b1  
    } else {  
      b2 = b1 - a1  
    }  
    a3 = φ(a2, a1)  
    b3 = φ(b1, b2)  
  }  
  return a1  
}
```

Beispiel: Werte vertauschen

```
x = 1
y = 2
while (true) {

    t = y;
    y = x;
    x = t;
    print(x, y)
}
```

```
x0 = 1
y0 = 2
while (true) {
    x1 =  $\phi(x_0, y_2)$ 
    y1 =  $\phi(y_0, x_2)$ 
    t0 = y1;
    y2 = x1;
    x2 = t0;
    print(x2, y2)
}
```

```
x0 = 1
y0 = 2
while (true) {
    x1 =  $\phi(x_0, y_1)$ 
    y1 =  $\phi(y_0, x_1)$ 

    print(y1, x1)
}
```

Kopienfortpflanzung!

Kapitel 11: SSA-Form

1 Einführung – Motivation

2 Implementierung

3 SSA-Aufbau

- Theorie
- Cytron-Verfahren
- On-The-Fly

4 SSA-Abbau

5 Optimierungen

Implementierungsvarianten

- 1 Tripelform mit Variablen (Bsp.: Gnu Compiler Collection)

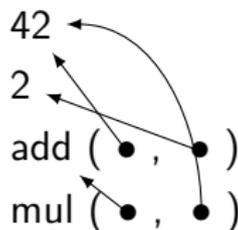
$a_0 := 42$

$b_0 := 2$

$c_0 := \text{add}(a_0, b_0)$

$c_1 := \text{mul}(c_0, a_0)$

- 2 Variablenfrei: Operanden sind Zeiger auf Definitionen (Bsp.: Low Level Virtual Machine)

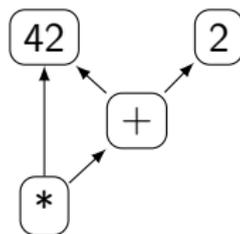


- 3 Als Programmgraph (Bsp.: Sun JavaVM, libFirm)

Programmgraph – Ausdrücke

- Jede Operation ist ein Knoten
- (geordnete) Datenabhängigkeitskanten zu Operanden
- Keine Totalordnung

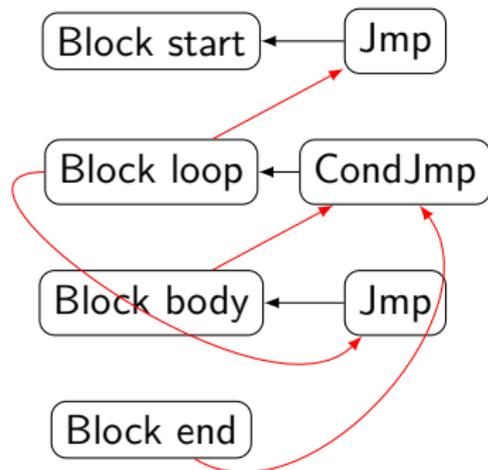
```
a0 := 42  
b0 := 2  
c0 := add(a0, b0)  
c1 := mul(c0, a0)
```



Programmgraph – Kontrollfluss

- Grundblöcke sind Knoten
- Erster „Operand“ einer Operation ist ihr Grundblock
- Sprünge zu einem Block sind dessen Operanden (Kontrollflussabhängigkeitskanten)

```
start:  
  Jmp loop  
loop:  
  CondJmp end  
body:  
  # ...  
  Jmp loop  
end:  
  # ...
```

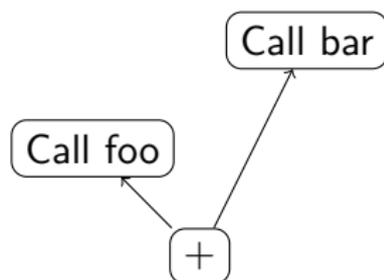


Programmgraph – Zustand

Problem: Seiteneffekte implizieren eine Ordnung, aber keine Daten- oder Kontrollflussabhängigkeit

Beispiel: `foo()` vor `bar()`, aber keine Abhängigkeit?

```
x = foo();  
y = bar();  
z = x + y;
```

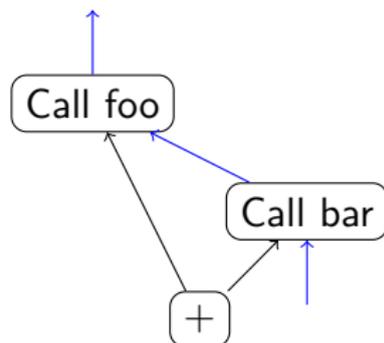


Programmgraph – Zustand

Problem: Seiteneffekte implizieren eine Ordnung, aber keine Daten- oder Kontrollflussabhängigkeit

Beispiel: `foo()` vor `bar()`, aber keine Abhängigkeit?

```
x = foo();  
y = bar();  
z = x + y;
```

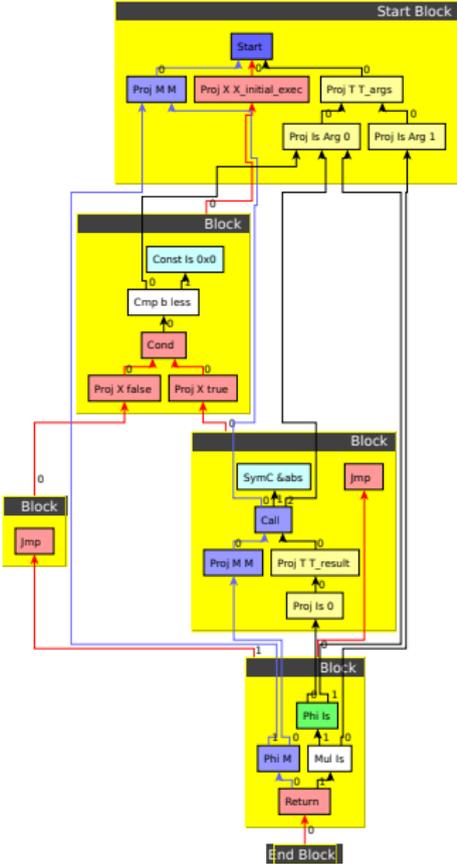


Modelliere den „globalen Zustand“ (RAM,IO,...) als zusätzlichen Operanden

Beispiel aus libFirm

```

int foo(int x, int y) {
    if (x < 0)
        x = abs(x);
    return x*y;
}
    
```



Kapitel 11: SSA-Form

1 Einführung – Motivation

2 Implementierung

3 SSA-Aufbau

- Theorie
- Cytron-Verfahren
- On-The-Fly

4 SSA-Abbau

5 Optimierungen

Wdh.: Dominanz und Dominatorbäume

- *Dominanz*: $X \preceq Y$

Auf jedem Pfad vom Startblock S im Ablaufgraph kommt X vor Y .

\preceq ist reflexiv: $X \preceq X$.

- *Strikte Dominanz*:

$$X \prec Y \implies X \preceq Y \wedge X \neq Y.$$

- *Unmittelbare (direkte) Dominanz*: $\text{idom}(X)$

$$X = \text{idom}(Y) \implies X \prec Y \wedge \neg \exists Z : X \prec Z \prec Y.$$

- *Postdominanz*: $X \succeq Y$ Auf jedem Pfad von Y zum Endblock E im Ablaufgraph kommt Y vor X .
- Übrige Definitionen für Postdominanz analog.

Dominanzgrenze und iterierte DG

- *Dominanzgrenze* $DG(X)$

Menge von Blöcken die gerade nicht mehr von X dominiert werden.

$$DG(X) := \{Y \mid \exists P \in \text{pred}(Y) : X \text{ dom } P \wedge \neg(X \text{ dom } Y)\}.$$

- *Dominanzgrenze einer Menge* M von Blöcken $DG(M)$

$$DG(M) := \bigcup_{X \in M} DG(X)$$

- *Iterierte Dominanzgrenze* $DG^+(M)$ minimaler Fixpunkt von:

$$\begin{aligned} DG_0 &:= DG(M), \\ DG_{i+1} &:= DG(M \cup DG_i) \end{aligned}$$

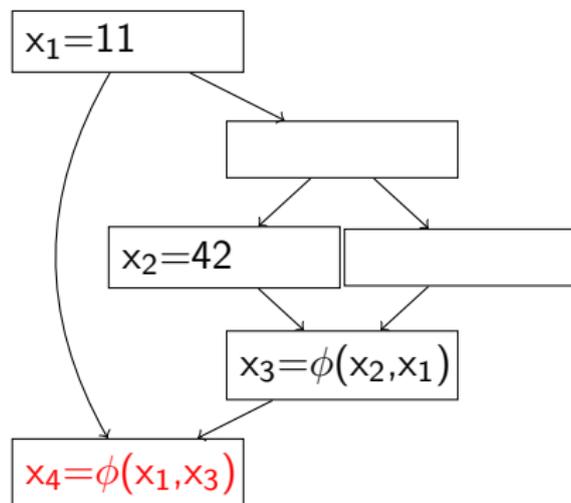
Platzierung von ϕ

- Jede SSA-Variable dominiert alle ihre Verwendungen! (Alle Variablen initialisiert)

Beweis: angenommen es gibt Verwendung $y = x_i$, die nicht von Zuweisung $x_i = z$ dominiert wird. Dann gibt es Pfad zu $y = x_i$, der nicht über die Zuweisung läuft. Dann ist in der Verwendung x_i nicht immer initialisiert, da $x_i = z$ die einzige Zuweisung an x_i ist.

- „Herrschaftsbereich“ von x_i endet an der Dominanzgrenze
- Deshalb ϕ -Funktion an Dominanzgrenzen $DG(x_i)$ platzieren!
- Führt neue SSA-Variablen $x_j = \phi(\dots)$ ein
- Für diese gilt dieselbe Argumentation, deshalb ϕ -Funktion in $DG^+(x_i)$ platzieren

Beispiel: Platzierung in DG^+



Wie konstruiert man SSA-Form

- 1 Naiv: alle Grundblöcke ϕ -Funktionen für alle Variable:
 - Aufwand $O(n^2)$, $n =$ Anzahl Variablen, nicht vermeidbar
 - Aber: Praktisch alle Programme nur linear viele ϕ notwendig
- 2 Platzierung vorberechnen (Cytron et al. 1991):
 - 1 Kontrollflussgraph und iterierte Dominanzgrenzen berechnen
 - 2 Entsprechend ϕ -Knoten platzieren
- 3 On-The-Fly (Click 1995):
 - On-the-fly Aufbau des Abhängigkeitsgraphen
 - Keine Vorstufe zur Kontrollflussgraph- bzw. Dominanzgrenzenberechnung
 - Trick: Vorläufige ϕ' -Funktionen für Grundblöcke, von denen noch nicht alle Vorgänger besucht wurden.

SSA-Aufbau nach Cytron et al.:

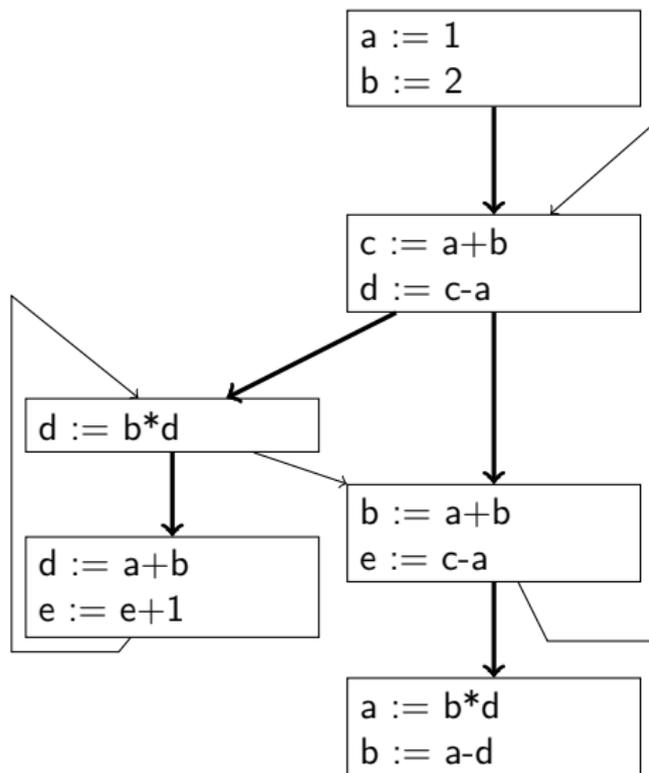
- 1 Dominanzgrenzen berechnen
 - Kontrollflussgraph und Dominatorbaum notwendig
- 2 Für jede Variable v :
 - Für jede Definition in einem Block B :
Platziere ϕ -Funktionen in den Dominanzgrenzen von B
 - Rekursion \Rightarrow Iterierte Dominanzgrenzen
- 3 Variablen umbenennen: $x \Rightarrow x_i$
 - Implizite Definition x_0 im Startblock

Beispiel

```
1  a:=1;
2  b:=2;
3  while true {
4      c:=a+b;
5      if (d=c-a)
6          while (d=b*d) {
7              d:=a+b;
8              e:=e+1;
9          }
10     b:=a+b;
11     if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```

Beispiel

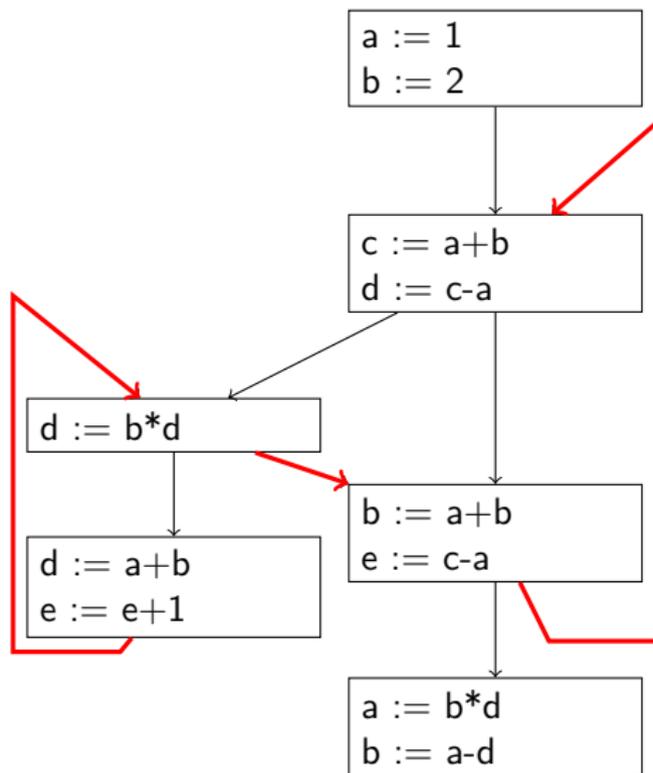
```
1  a:=1;
2  b:=2;
3  while true {
4    c:=a+b;
5    if (d=c-a)
6      while (d=b*d) {
7        d:=a+b;
8        e:=e+1;
9      }
10   b:=a+b;
11   if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



1a. Kontrollflussgraph und Dominatorbaum aufbauen

Beispiel

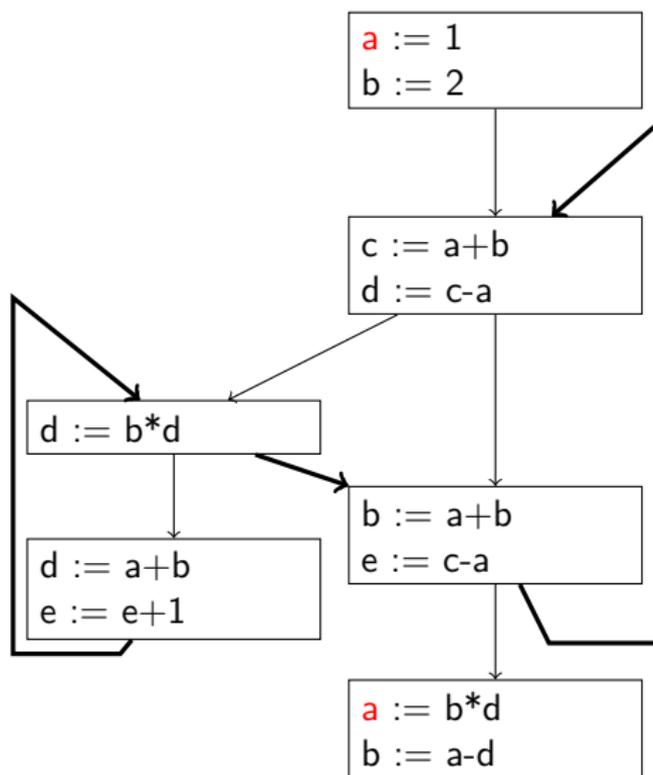
```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



1b. Dominanzgrenzen berechnen

Beispiel

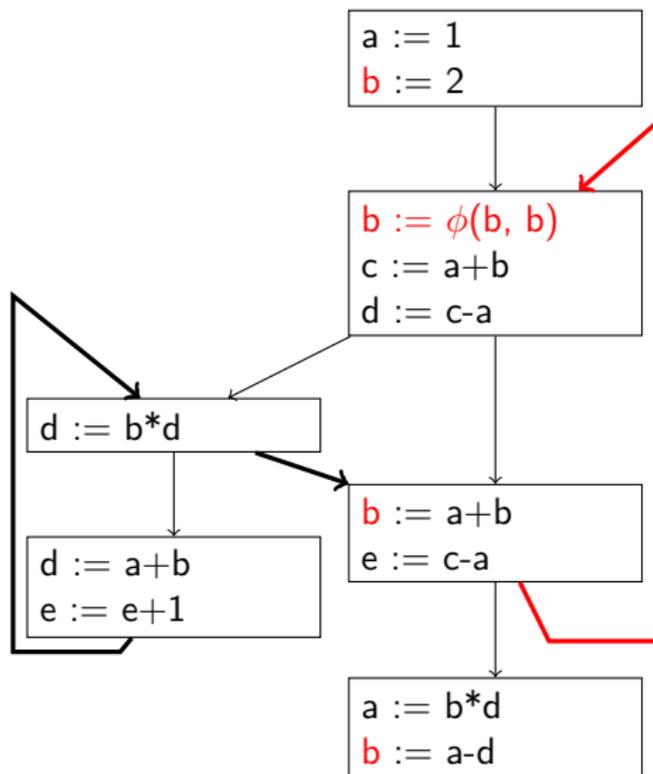
```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



2a. Keine ϕ für a notwendig

Beispiel

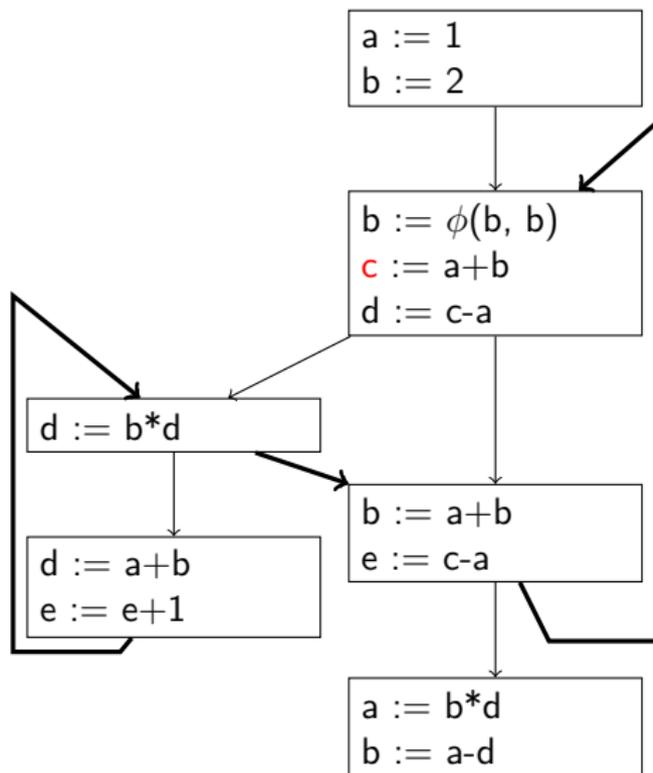
```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



2b. Ein ϕ für b zu platzieren

Beispiel

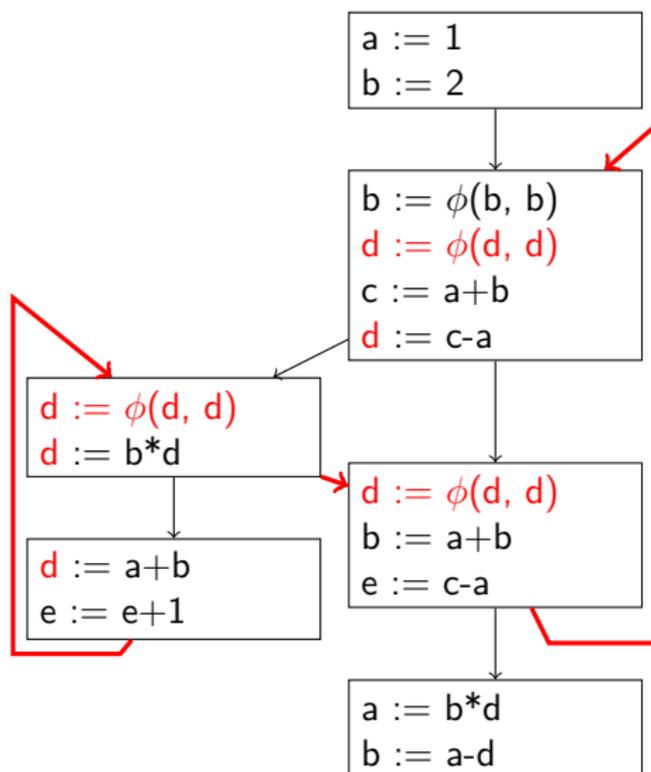
```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



2c. Keine ϕ für c notwendig

Beispiel

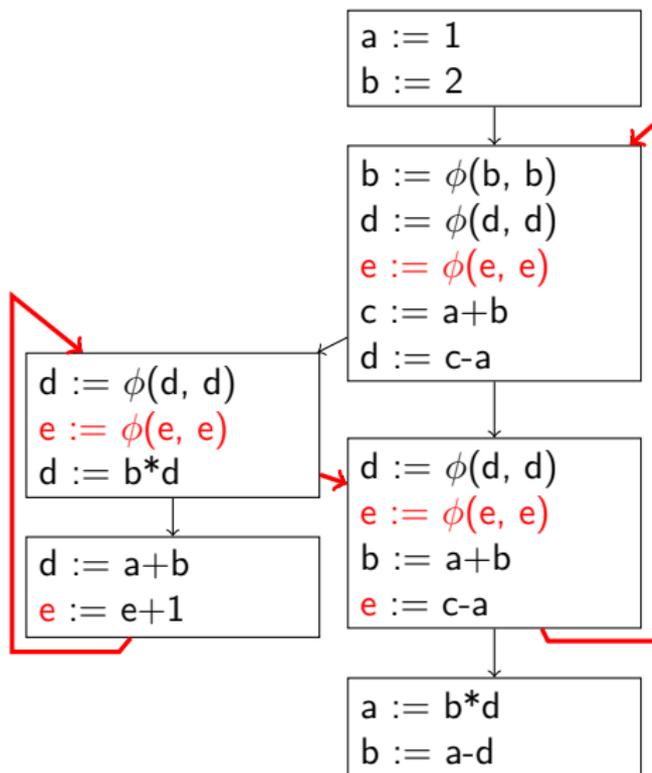
```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



2d. Drei ϕ für d

Beispiel

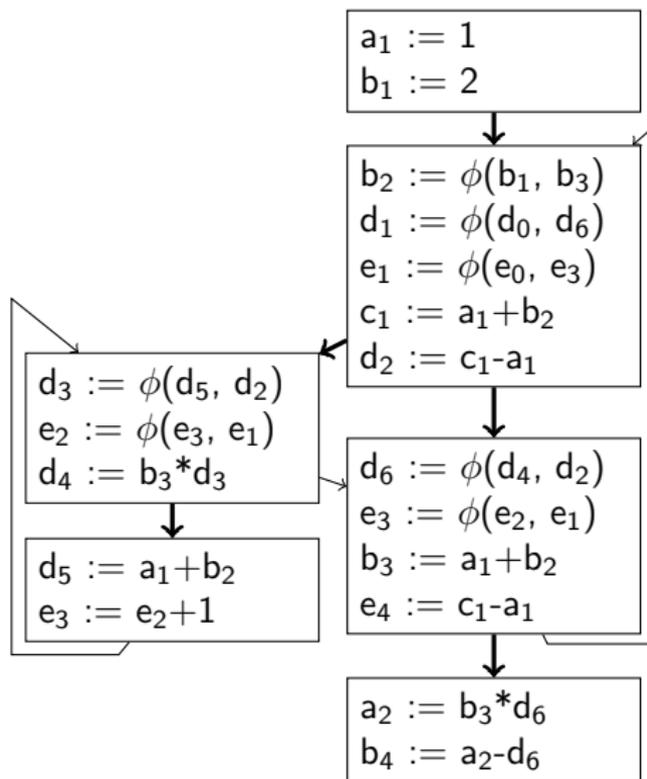
```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



2e. Drei ϕ für e

Beispiel

```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



3. Variablen umbenennen

On-The-Fly SSA-Aufbau (nach libFirm)

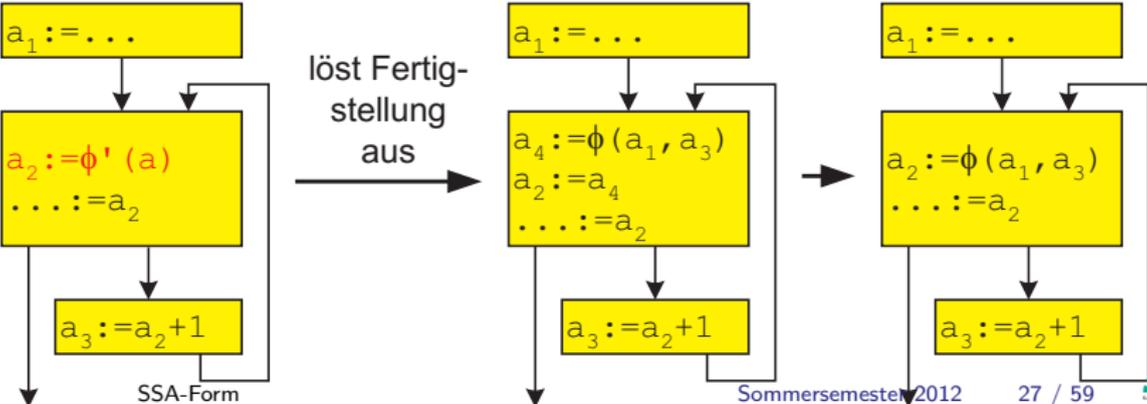
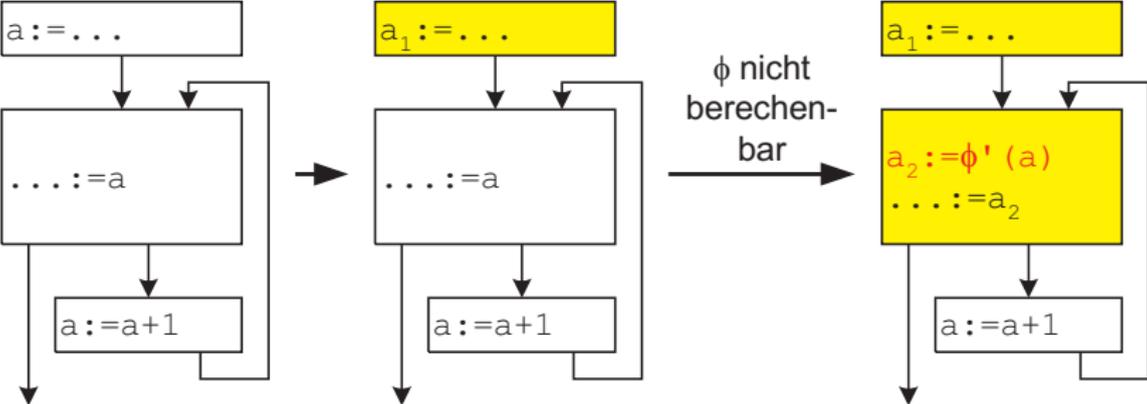
Annahme: Aufbau direkt aus dem AST:

- CFG unvollständig (wird gleichzeitig konstruiert)
- → kein Dominanzbaum (oder -grenzen)

Vorgehen: „Platziere ϕ s bei Bedarf“

- Durchlaufe Block von Anfang bis Ende
- Beginne mit leerer Variable → Definition Map
- Bei Variablenzuweisung: In Map vermerken
- Bei Variablenbenutzung:
 - Lese Definition aus Map, benutze als Operand falls vorhanden
 - Falls nicht vorhanden erzeuge (vorläufiges) ϕ' , Vermerke ϕ' in Map
 - Suche ϕ -Argumente (rekursiv) in Maps der Vorgängerblöcke
 - Falls keine Definition im Startblock benutze undefinierten Wert
- Am Grundblockende erweitere Argumente von ϕ -Operationen in Nachfolgeblöcken.

Unbekannte Vorgänger: Beispiel



Unnötige ϕ -Funktionen eliminieren

Feststellung:

Es werden viele „unnötige“ ϕ -Funktionen erzeugt weil Vorgänger noch nicht feststehen.

Verbesserung:

Betrachte Funktionen $p = \phi(i_0, i_1, \dots)$ nachdem alle Argumente feststehen:

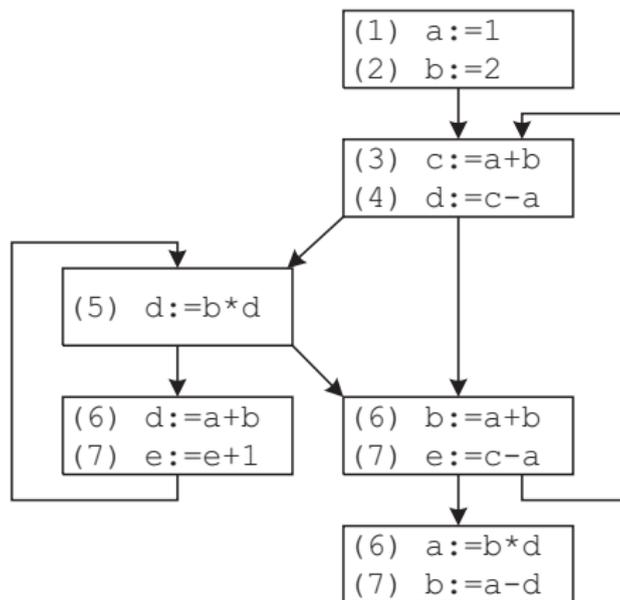
- Gibt es einen Wert x , so dass alle i_k gleich x oder gleich p sind, so ersetze p durch x .
- Rekursion: Betrachte nach Ersetzung alle (ϕ -)Verwender von x

Beispiele:

$$\begin{aligned} p = \phi(a_0) &\Rightarrow p = a_0 \\ p = \phi(b_0, b_0, b_0) &\Rightarrow p = b_0 \\ p = \phi(p, c_0, p) &\Rightarrow p = c_0 \end{aligned}$$

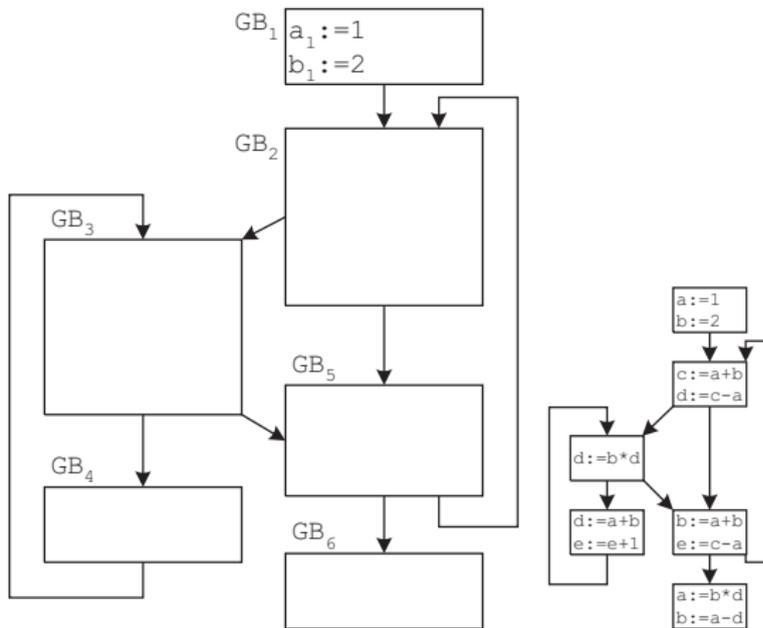
Beispielprogramm und Grundblockgraph

```
1 a:=1;
2 b:=2;
3 while true {
4   c:=a+b;
5   if (d=c-a)
6     while (d=b*d) {
7       d:=a+b;
8       e:=e+1;
9     }
10  b:=a+b;
11  if (e=c-a) break;
12 }
13 a:=b*d;
14 b:=a-d;
```



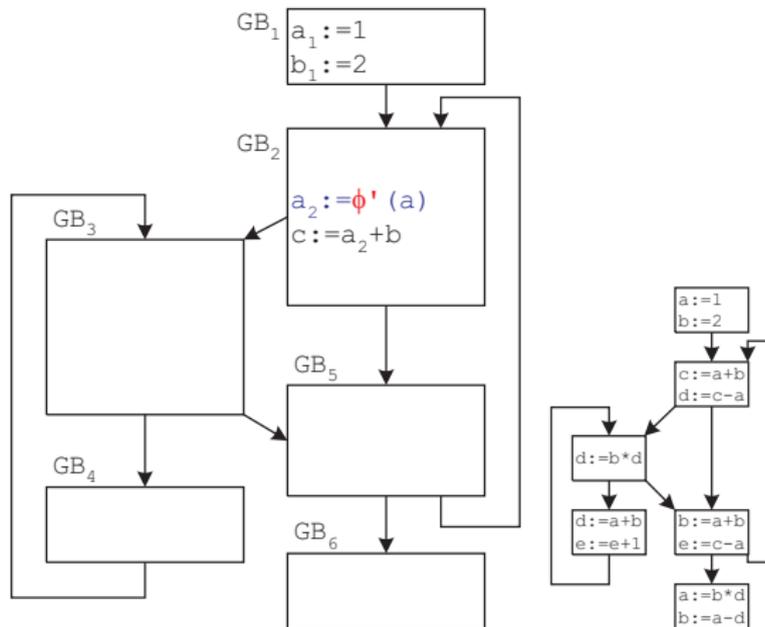
SSA-Aufbau GB_1

Vermerke Definition von a und b in Map.



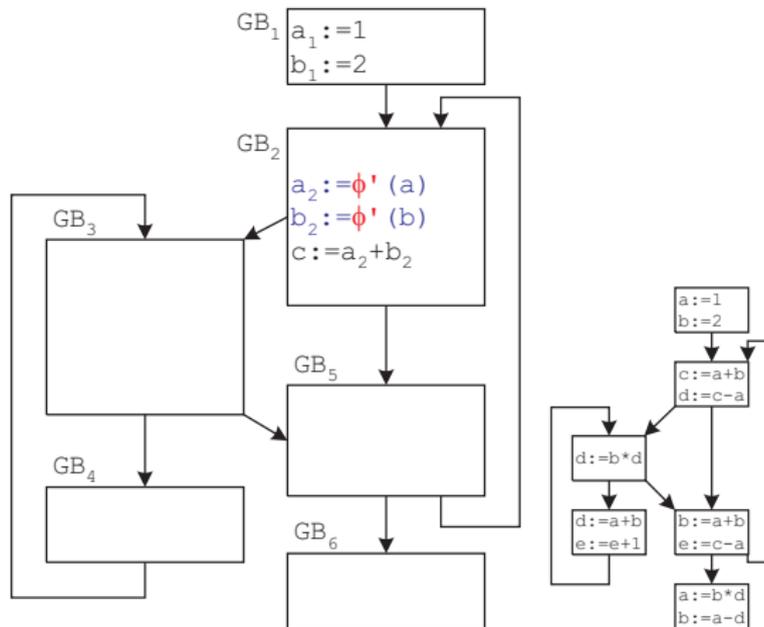
SSA-Aufbau GB_2

Lesen von a
 \Rightarrow erzeugt ϕ' für a
...



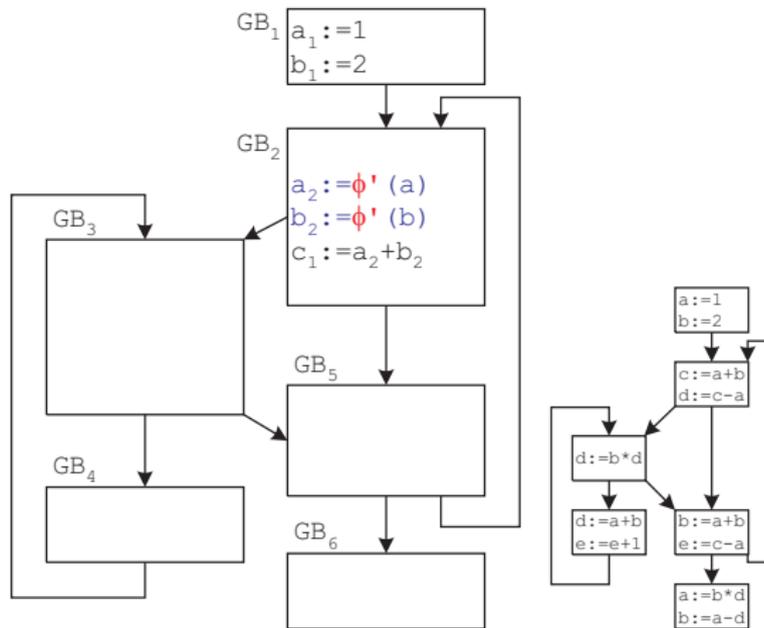
SSA-Aufbau GB_2

... dann für b ...



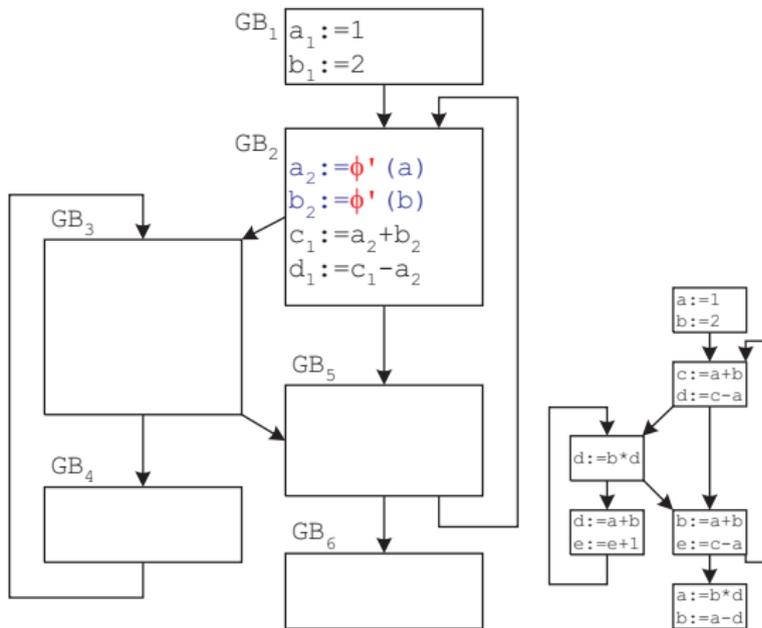
SSA-Aufbau GB_2

...vermerke Definition von c .

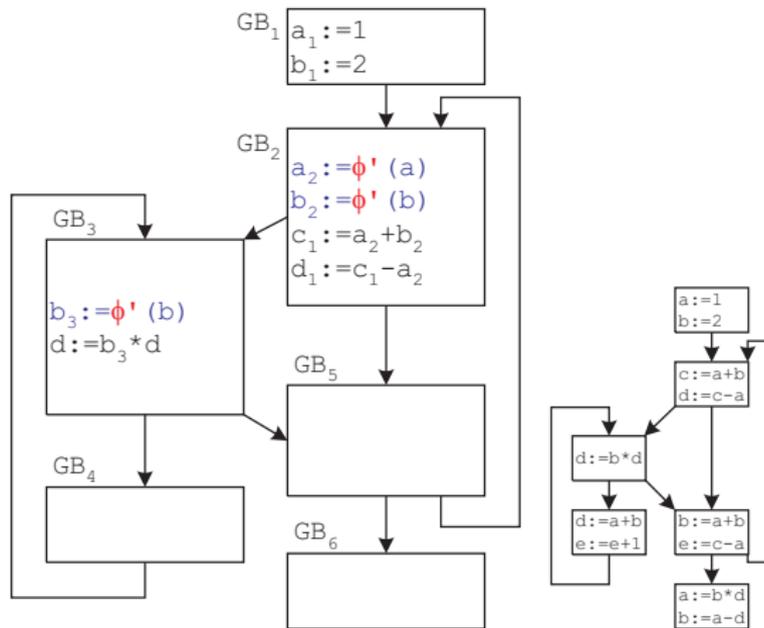


SSA-Aufbau GB_2

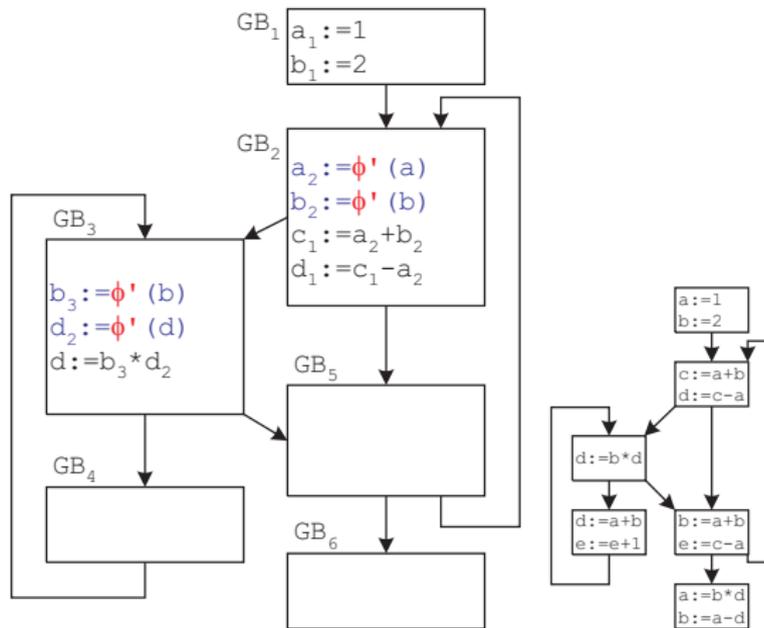
Aufbau für $d := c - a$
analog



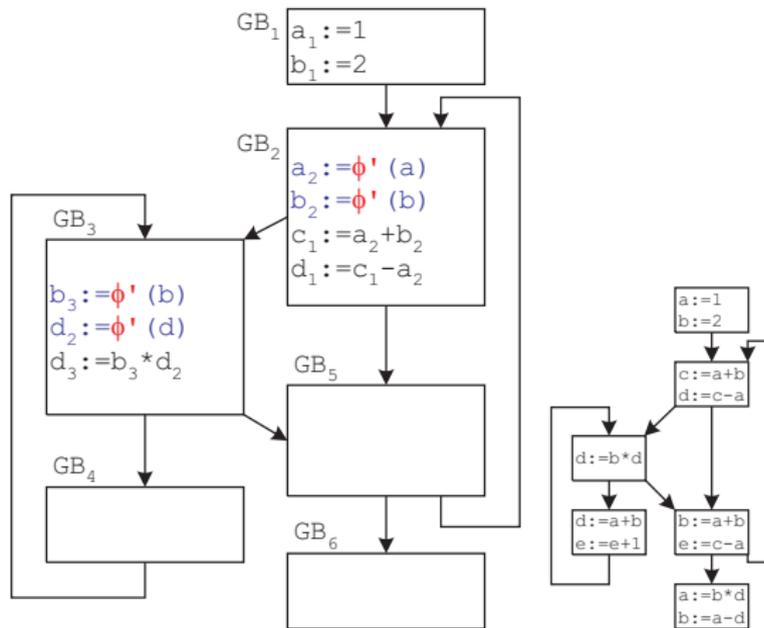
SSA-Aufbau GB_3



SSA-Aufbau GB_3



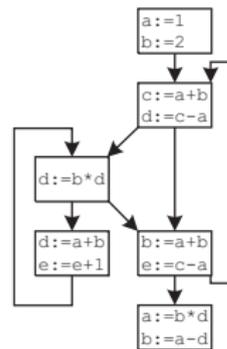
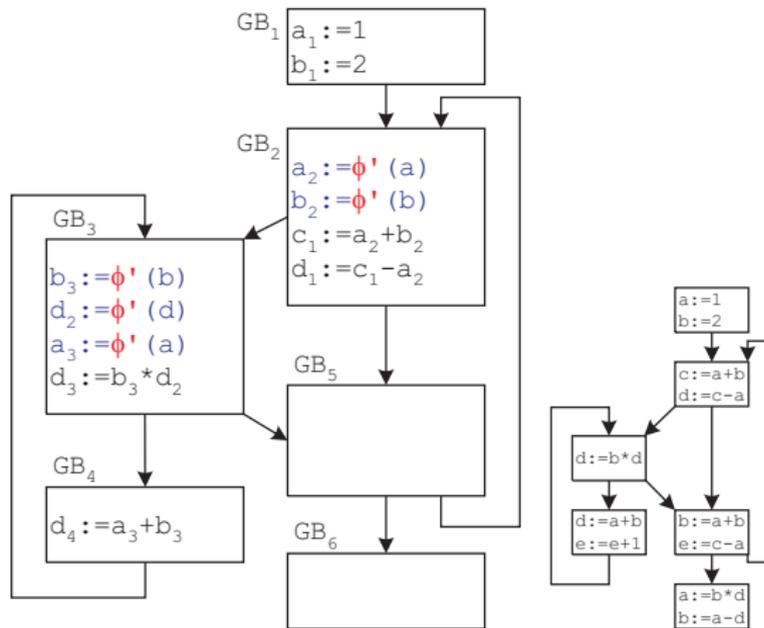
SSA-Aufbau GB_3



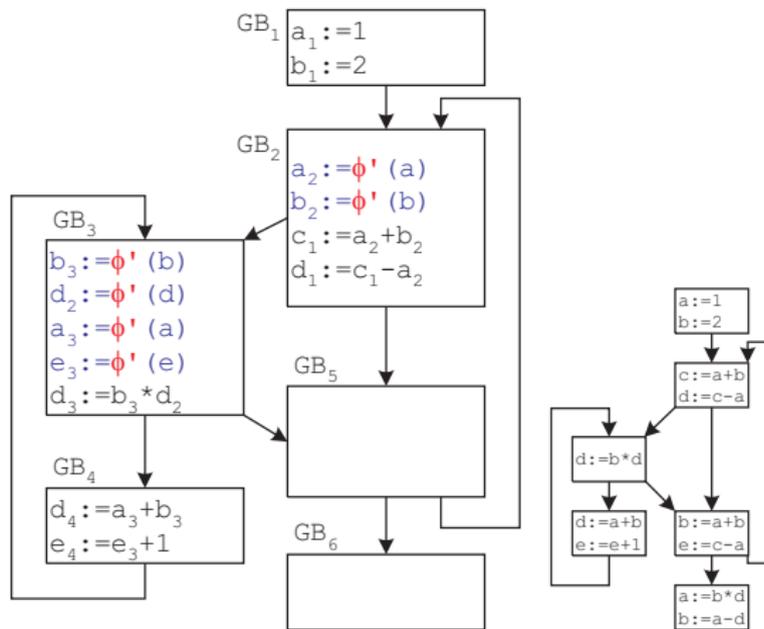
SSA-Aufbau GB_4

Lesen von a in GB_4 führt zu rekursiver Suche in GB_3 .

Dort wird neue ϕ' -Funktion für a erzeugt.



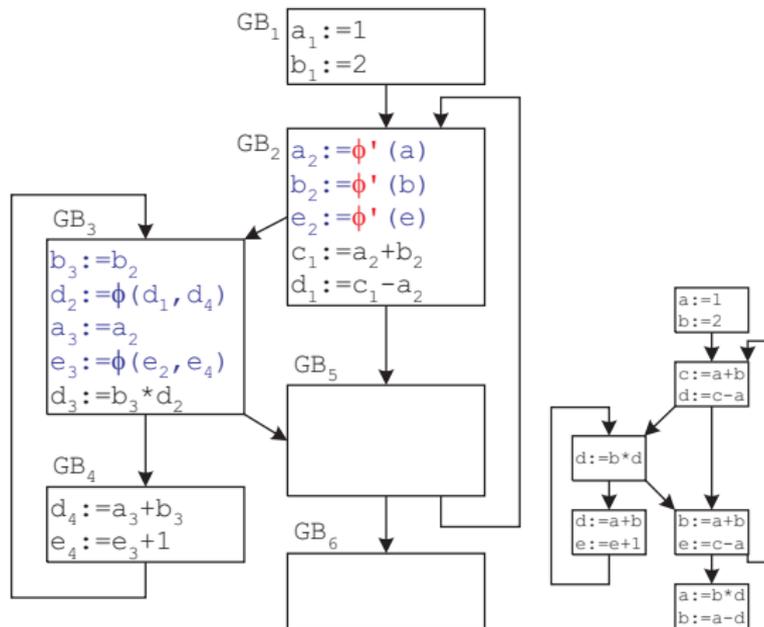
SSA-Aufbau GB₄



SSA-Aufbau GB_4

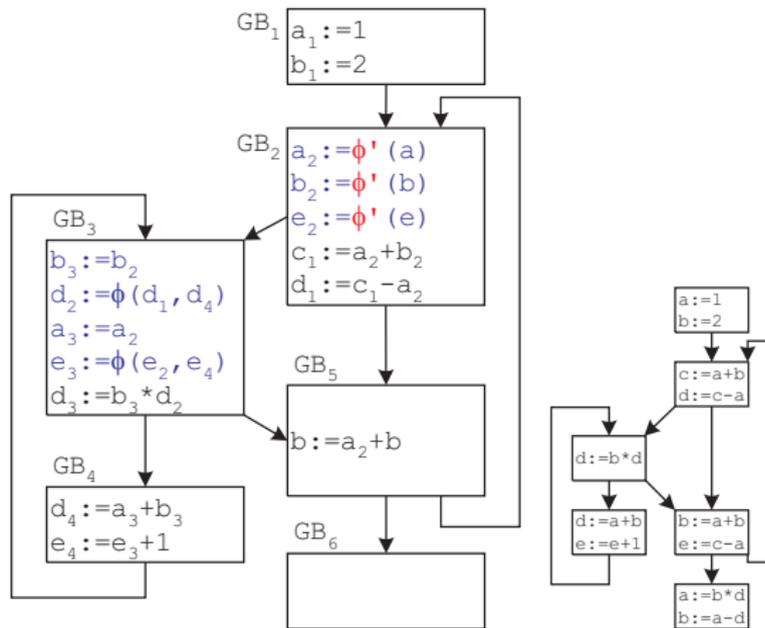
Jetzt alle Vorgänger von GB_3 in SSA-Form: ϕ -Funktionen werden berechnet.

Für e wird rekursiv eine ϕ' -Funktion in GB_2 eingesetzt.

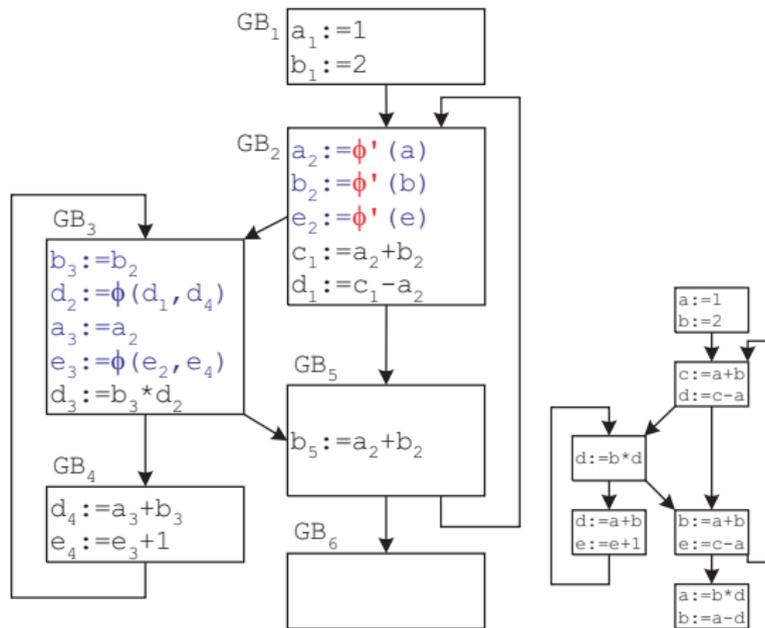


SSA-Aufbau GB_5

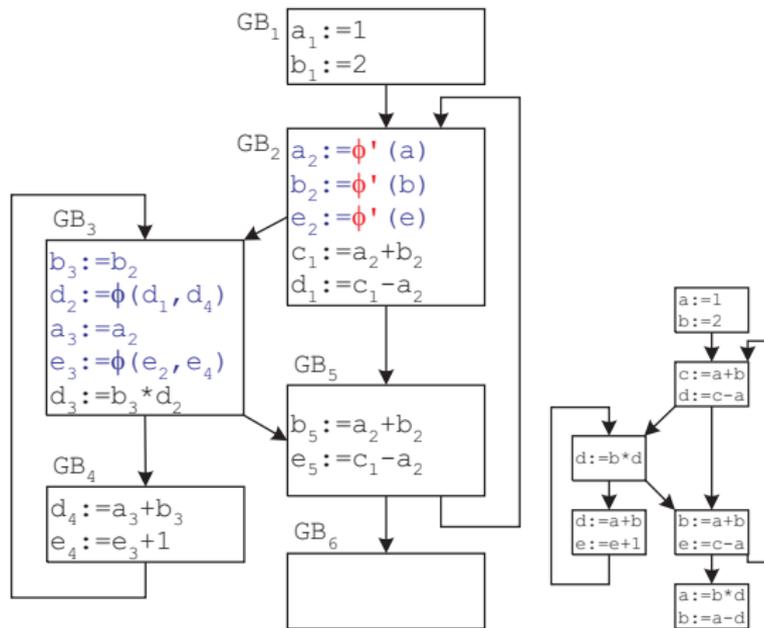
Lesen von a in GB_5 überspringt Kopien, findet eindeutige Definition: keine ϕ -Funktion nötig.



SSA-Aufbau GB_5



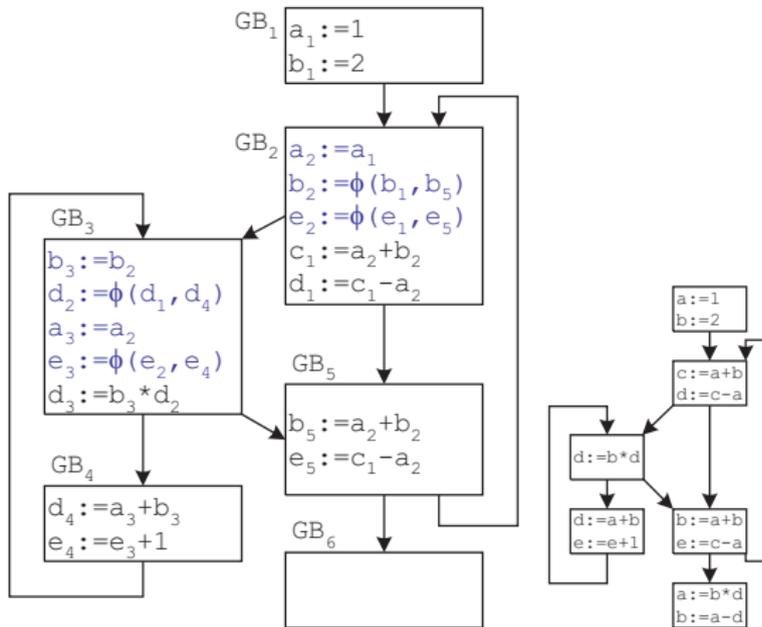
SSA-Aufbau GB_5



SSA-Aufbau GB_5

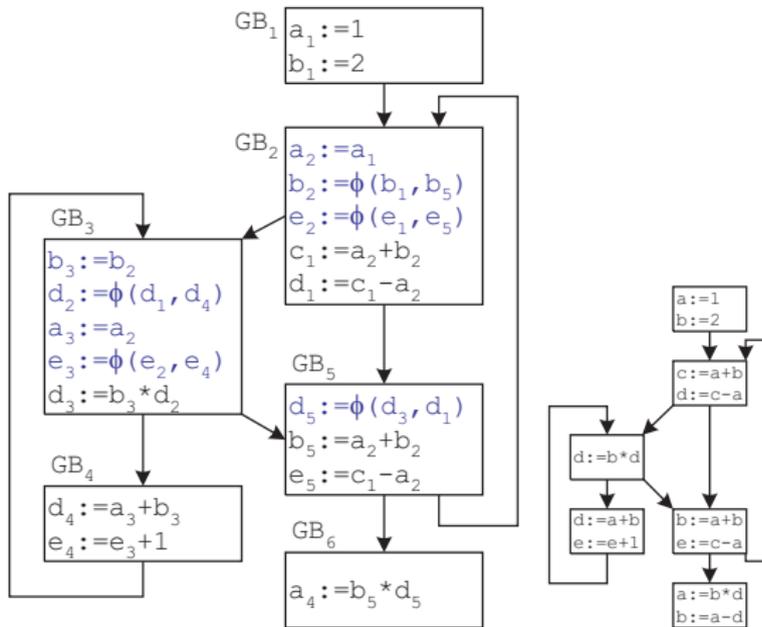
Jetzt alle Vorgänger von GB_2 in SSA-Form: ϕ -Funktionen werden berechnet.

Algorithmus bemerkt: e ist uninitialisiert! Annahme: Wert e_1

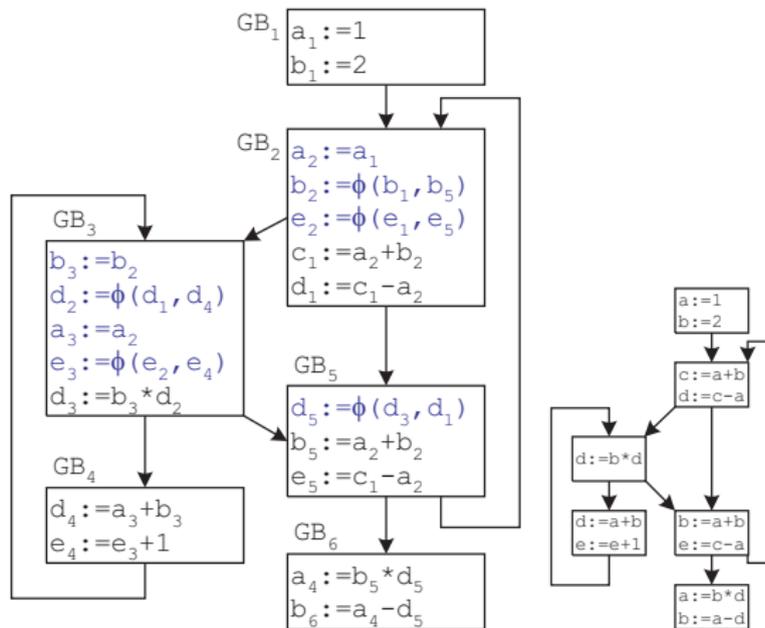


SSA-Aufbau GB_6

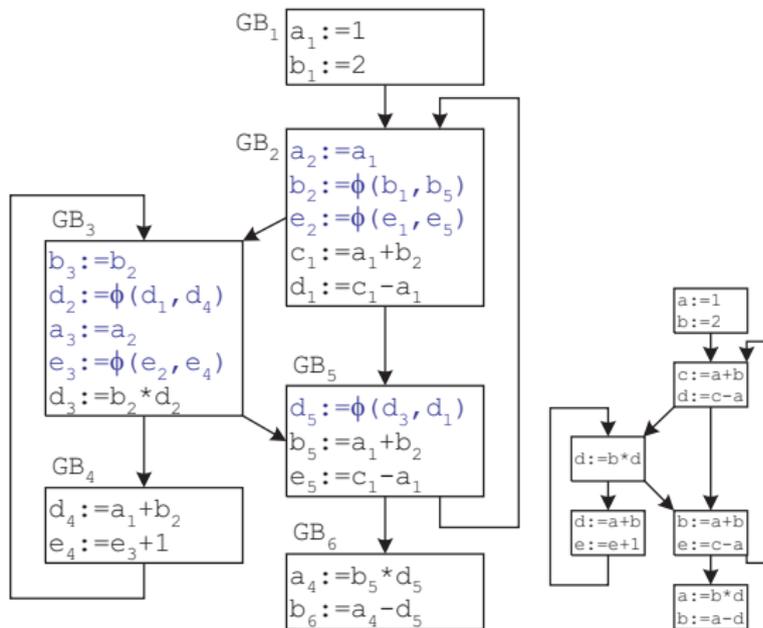
Rekursiver Suchen nach d in GB_6 setzt komplette ϕ -Funktion d_5 in GB_5 ein



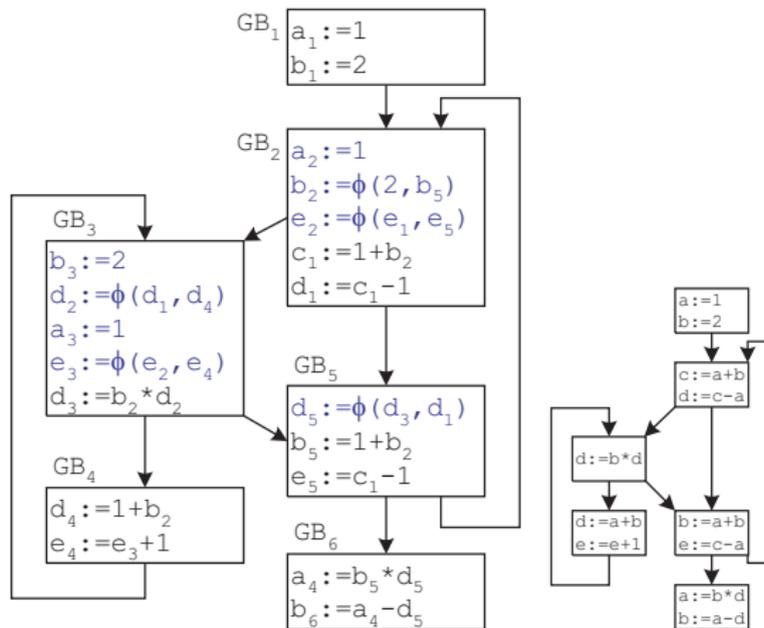
SSA-Aufbau GB_6



Vereinfachungen: Kopienfortpflanzung

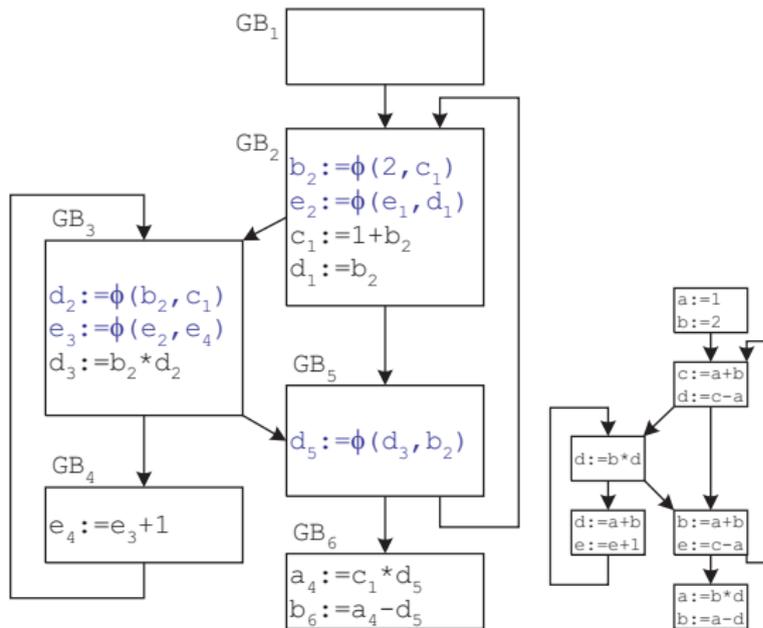


Vereinfachungen: Konstantenfortpflanzung



Weitere Vereinfachungen

- Gemeinsame Teilausdrücke
- Reassoziaton
- konstante Ausdrücke auswerten
- Kopien fortschreiben
- Toten Code eliminieren



Firm-Algorithmus Pseudocode

```
proc writeVariable(block, varnum, node):  
    block.variables[varnum] = node  
  
internal proc setPhiArguments(phi):  
    for pred in phi.block.preds:  
        phi.args += readVariable(pred, phi.varnum)  
    RemoveUnnecessaryPhi(phi)  
  
proc readVariable(block, varnum):  
    if varnum in block.variables:  
        return block.variables[varnum]  
    if block.matured:  
        if startblock: uninitialized variable!  
        if single pred: return readVariable(pred, varnum)  
    phi = new Phi(block, varnum)  
    writeVariable(block, varnum, phi);  
    if block.matured: setPhiArguments(phi)  
    return phi  
  
proc matureBlock(block):  
    for phi in block: setPhiArguments(phi)  
    block.matured = true
```

Eigenschaften

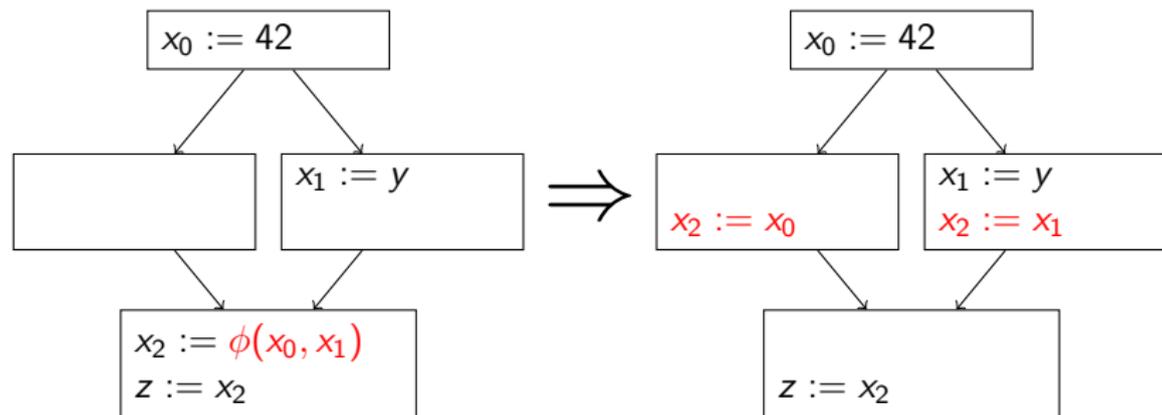
- Erzeugt niemals unbenutzte ϕ -Funktionen (pruned SSA-Form)
- Erzeugt bei reduziertem Kontrollfluss minimale Anzahl ϕ -Funktionen (minimal SSA-Form)
- Einfach
- Kommt ohne Dominanzbaum aus
- SSA-basierte Optimierungen schon während des Aufbaus anwendbar (Konstantenfaltung, Copy-Propagation, CSE, ...)

Kapitel 11: SSA-Form

- 1 Einführung – Motivation
- 2 Implementierung
- 3 SSA-Aufbau
 - Theorie
 - Cytron-Verfahren
 - On-The-Fly
- 4 SSA-Abbau
- 5 Optimierungen

Codegenerierung mit ϕ -Funktionen

Für $x_i = \phi(x_1, \dots, x_n)$, erstelle in jedem Vorgängerblock k eine Kopieroperation $x_i = x_k$.



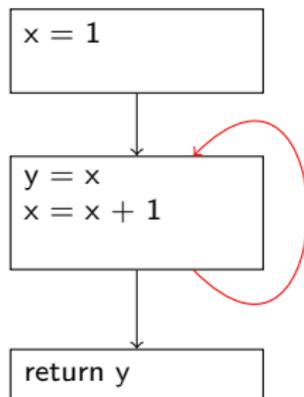
Angebracht: Anschließende Kopienminimierung

Alternative: Registerzuteilung, dann Registerpermutation zur Umsetzung der ϕ -Funktionen (hier nicht behandelt).

Stolperfalle: „Lost Copy“

Kritische Kanten können beim SSA-Abbau zu Problemen führen:

```
x = 1
do {
  y = x
  x = x + 1
} while (!p)
return y
```

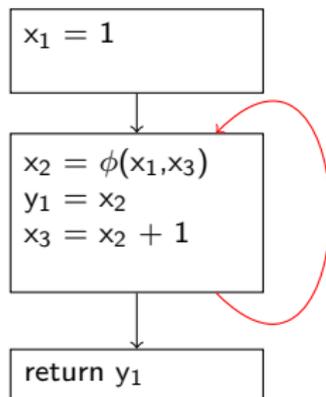


Kontrollflussgraph mit kritischer Kante

Stolperfalle: „Lost Copy“

Kritische Kanten können beim SSA-Abbau zu Problemen führen:

```
x = 1
do {
  y = x
  x = x + 1
} while (!p)
return y
```

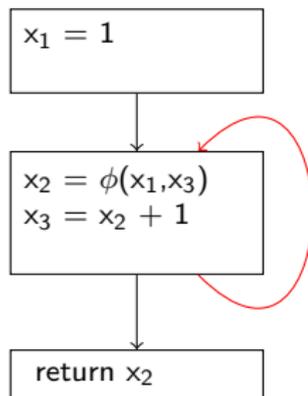


In SSA-Form

Stolperfalle: „Lost Copy“

Kritische Kanten können beim SSA-Abbau zu Problemen führen:

```
x = 1
do {
  y = x
  x = x + 1
} while (!p)
return y
```

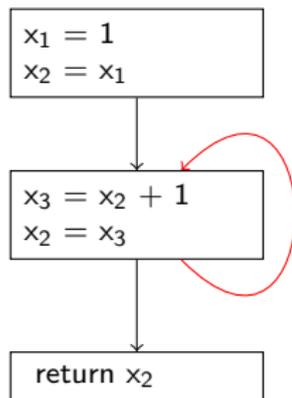


Kopienminimierung: Kein y mehr

Stolperfalle: „Lost Copy“

Kritische Kanten können beim SSA-Abbau zu Problemen führen:

```
x = 1
do {
  y = x
  x = x + 1
} while (!p)
return y
```

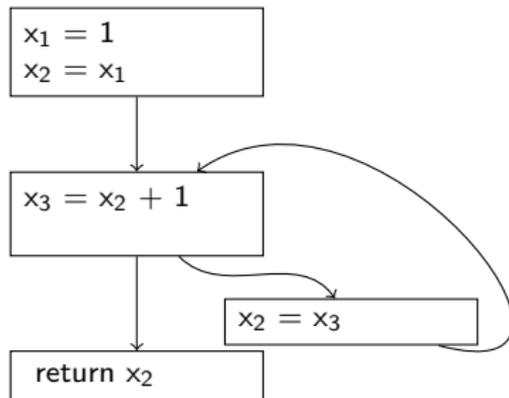


SSA abgebaut: **Falscher Rückgabewert**

Stolperfalle: „Lost Copy“

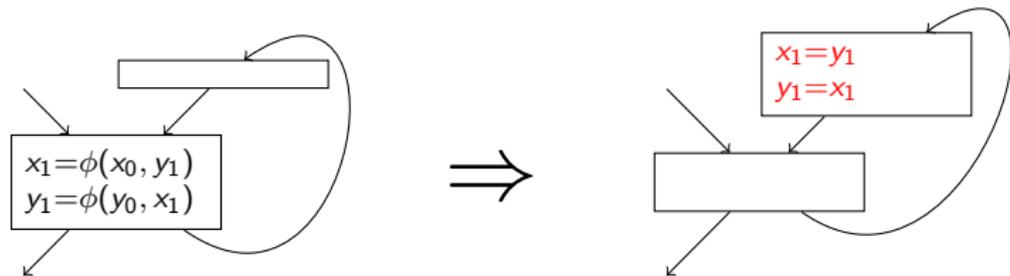
Kritische Kanten können beim SSA-Abbau zu Problemen führen:

```
x = 1
do {
  y = x
  x = x + 1
} while (!p)
return y
```

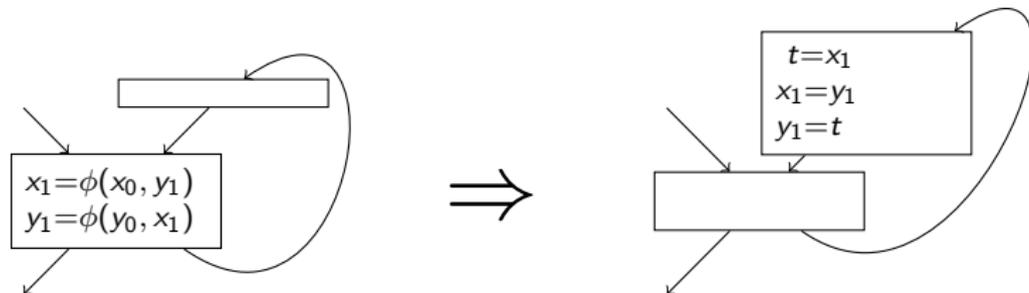


SSA korrekt abgebaut: Kritische Kante entfernt

Stolperfalle: Swap Problem



Stolperfalle: Swap Problem



Simultan-Auswertung manchmal nur durch zusätzliche Variable formulierbar

Kapitel 11: SSA-Form

- 1 Einführung – Motivation
- 2 Implementierung
- 3 SSA-Aufbau
 - Theorie
 - Cytron-Verfahren
 - On-The-Fly
- 4 SSA-Abbau
- 5 Optimierungen**

Nielsen Optimierungen auf SSA

- **Common Subexpression Elimination:** Available Expression Analyse wird zur Identifikation isomorpher Expression-ASTs
- **Invariant Code Motion:** Identifiziere Expression-Sub-ASTs, die nicht von der Laufvariablen abhängen
- **Strength Reduction:** Finde Ausdrücke der Form $i * X$ wobei $X \in \text{ICM}$, und ersetze durch neue Laufvariable $j = j + X$
- **Copy Propagation:** Finde Zuweisungen $x_i = y_j$, wobei y_j SSA Wert ist
- **Dead Code Elimination:** Live Variable Analysis genau wie bei Nicht-SSA-Form

Nielsen Optimierungen in Firm

- **Common Subexpression Elimination:** Alle Knoten werden in Hashmap gespeichert. Bevor Knoten erstellt wird, erst nach äquivalentem Knoten in der Hashmap sehen.
- **(Invariant) Code Motion:** Platziere Knoten in einem Vorgängerblock, falls dieser auch von seinen Operanden dominiert wird. Nicht-invariante Knoten haben mindestens einen Operanden in der Schleife ($\phi!$).
- **Strength Reduction:** Wie gehabt.
- **Copy Propagation:** Kopierzuweisungen existieren in Firm per Konstruktion nicht. (siehe `readVariable`)
- **Dead Code Elimination:** Firmgraphen sind Abhängigkeitsgraphen. Toter Code hat keine Abhängigkeiten. Ergo gibt es per Definition keinen toten Code in Firm.