



Theorembeweiserpraktikum – SS 2011

<http://pp.info.uni-karlsruhe.de/lehre/SS2011/tba>

Blatt 1: Deduktion

Abgabe: 18. April 2011
Besprechung: 19. April 2011

1 Natürliches Schließen

In dieser Aufgabe geht es um den Kalkül des natürlichen Schließens, mit dessen Hilfe einige Lemmas der Aussagen-Logik bewiesen werden sollen (nächste Seite).

Für die Beweise gelten die folgenden Spielregeln:

- Es dürfen nur diese Lemmas verwendet werden:
(Anzeigen der Lemmas mittel `thm lemma-Name`)
 $notI: (A \implies False) \implies \neg A,$
 $notE: [\neg A; A] \implies B,$
 $conjI: [A; B] \implies A \wedge B,$
 $conjE: [A \wedge B; [A; B] \implies C] \implies C,$
 $disjI1: A \implies A \vee B,$
 $disjI2: A \implies B \vee A,$
 $disjE: [A \vee B; A \implies C; B \implies C] \implies C,$
 $impI: (A \implies B) \implies A \longrightarrow B,$
 $impE: [A \longrightarrow B; A; B \implies C] \implies C,$
 $mp: [A \longrightarrow B; A] \implies B$
 $iffI: [A \implies B; B \implies A] \implies A = B,$
 $iffE: [A = B; [A \longrightarrow B; B \longrightarrow A] \implies C] \implies C$
 $classical: (\neg A \implies A) \implies A$

- Es dürfen nur die Methoden `rule`, `erule` und `assumption` verwendet werden.

Beispiel:

```
lemma imp_uncurry: "(P  $\longrightarrow$  (Q  $\longrightarrow$  R))  $\longrightarrow$  P  $\wedge$  Q  $\longrightarrow$  R"  
apply(rule impI)  
apply(rule impI)  
apply(erule conjE)  
apply(erule impE)  
  apply assumption  
apply(erule mp)  
apply assumption  
done
```

lemma $I: "A \longrightarrow A"$

oops

lemma $"A \wedge B \longrightarrow B \wedge A"$

oops

lemma $"(A \wedge B) \longrightarrow (A \vee B)"$

oops

lemma $"((A \vee B) \vee C) \longrightarrow A \vee (B \vee C)"$

oops

lemma $K: "A \longrightarrow B \longrightarrow A"$

oops

lemma $"(A \vee A) = (A \wedge A)"$

oops

lemma $S: "(A \longrightarrow B \longrightarrow C) \longrightarrow (A \longrightarrow B) \longrightarrow A \longrightarrow C"$

oops

lemma $"(A \longrightarrow B) \longrightarrow (B \longrightarrow C) \longrightarrow A \longrightarrow C"$

oops

lemma $"\neg \neg A \longrightarrow A"$

oops

lemma $"A \longrightarrow \neg \neg A"$

oops

lemma $"(\neg A \longrightarrow B) \longrightarrow (\neg B \longrightarrow A)"$

oops

lemma $"((A \longrightarrow B) \longrightarrow A) \longrightarrow A"$

oops

lemma $"A \vee \neg A"$

oops

lemma $deMorgan1: "(\neg (A \vee B)) = (\neg A \wedge \neg B)"$

oops

lemma $deMorgan2: "(\neg (A \wedge B)) = (\neg A \vee \neg B)"$

oops

Anmerkung: Ist Ihnen bei den Beweisen der De Morgan-Regeln etwas aufgefallen?