Lehrstuhl für Programmierparadigmen
Daniel Wasserrab
daniel.wasserrab@kit.edu

Theorembeweiserpraktikum – SS 2010

http://pp.info.uni-karlsruhe.de/lehre/SS2010/tba

Blatt 1: Deduktion Besprechung: 13.04.2010

1 Natürliches Schließen

In dieser Aufgabe geht es um den Kalkül des natürlichen Schließens, mit dessen Hilfe einige Lemmas der Aussagen-Logik bewiesen werden sollen (nächste Seite).

Für die Beweise gelten die folgenden Spielregeln:

- Es dürfen nur diese Lemmas verwendet werden:
  (Anzeigen der Lemmas mittel `thm` *lemma-Name*)
  notI: $(A \Longrightarrow False) \Longrightarrow \neg A$,
  notE: $[\![\neg A; A]\!] \Longrightarrow B$,
  conjI: $[\![A; B]\!] \Longrightarrow A \wedge B$,
  conjE: $[\![A \wedge B; [\![A; B]\!] \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$,
  disjI1: $A \Longrightarrow A \vee B$,
  disjI2: $A \Longrightarrow B \vee A$,
  disjE: $[\![A \vee B; A \Longrightarrow C; B \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$,
  impI: $(A \Longrightarrow B) \Longrightarrow A \longrightarrow B$,
  impE: $[\![A \longrightarrow B; A; B \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$,
  mp: $[\![A \longrightarrow B; A]\!] \Longrightarrow B$
  iffI: $[\![A \Longrightarrow B; B \Longrightarrow A]\!] \Longrightarrow A = B$,
  iffE: $[\![A = B; [\![A \longrightarrow B; B \longrightarrow A]\!] \Longrightarrow C]\!] \Longrightarrow C$
  classical: $(\neg A \Longrightarrow A) \Longrightarrow A$
- Es dürfen nur die Methoden *rule*, *erule* und *assumption* verwendet werden.

Beispiel:

```
lemma imp_uncurry: "(P ⟶ (Q ⟶ R)) ⟶ P ∧ Q ⟶ R"
apply (rule impI)
apply (rule impI)
apply (erule conjE)
apply (erule impE)
 apply assumption
apply (erule mp)
apply assumption
done
```

lemma *I:* "$A \longrightarrow A$"
oops

lemma "$A \wedge B \longrightarrow B \wedge A$"
oops

lemma "$(A \wedge B) \longrightarrow (A \vee B)$"
oops

lemma "$((A \vee B) \vee C) \longrightarrow A \vee (B \vee C)$"
oops

lemma *K:* "$A \longrightarrow B \longrightarrow A$"
oops

lemma "$(A \vee A) = (A \wedge A)$"
oops

lemma *S:* "$(A \longrightarrow B \longrightarrow C) \longrightarrow (A \longrightarrow B) \longrightarrow A \longrightarrow C$"
oops

lemma "$(A \longrightarrow B) \longrightarrow (B \longrightarrow C) \longrightarrow A \longrightarrow C$"
oops

lemma "$\neg \neg A \longrightarrow A$"
oops

lemma "$A \longrightarrow \neg \neg A$"
oops

lemma "$(\neg A \longrightarrow B) \longrightarrow (\neg B \longrightarrow A)$"
oops

lemma "$((A \longrightarrow B) \longrightarrow A) \longrightarrow A$"
oops

lemma "$A \vee \neg A$"
oops

lemma *deMorgan1:*"$(\neg (A \vee B)) = (\neg A \wedge \neg B)$"
oops

lemma *deMorgan2:*"$(\neg (A \wedge B)) = (\neg A \vee \neg B)$"
oops

Anmerkung: Ist Ihnen bei den Beweisen der De Morgan-Regeln etwas aufgefallen?